

УДК 004.942

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Пермяков П.С., Репин О.И.

Хакасский технический институт – филиал ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» (Республика Хакасия, г. Абакан, ул. Щетинкина, 27), e-mail: khti@khakassia.ru

С момента появления математического моделирования, оно стало играть огромную роль практически во всех сферах жизни людей, а также в новых достижениях и развитии цивилизации. Математическое моделирование является неотъемлемой частью современных исследований, являясь методом качественного и количественного описания процесса, явления или объекта с помощью, так называемой математической модели, при построении которой реальный процесс, явление или объект описывается с помощью адекватно описывающего его математического аппарата. Проанализировав историю развития математического моделирования и сферы его применения, можно с уверенностью сказать, что оно делает жизнь людей намного проще и позволяет решать насущные проблемы человечества. Приведены как положительные стороны математического моделирования так и недостатки. Рассмотрено программное обеспечение, которое применяется для моделирования физических процессов MATLAB и MATHCAD. В данной работе были изучены основные аспекты математического моделирования, его история происхождения, классификация методов математического моделирования и математических моделей. Представлены результаты практической работы по моделированию свободных гармонических колебаний на примере нитяного маятника с помощью математического пакета MATHCAD с возможностью изменения входных данных.

Ключевые слова: программы компьютерной математики, математический аппарат, математическая модель, MATHCAD, математическое моделирование

MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES

Permyakov P. S., Repin O. I.

Khakas Technical Institute (the Branch of SFU) (Abakan, Shchetinkina st., 27), e-mail: khti@khakassia.ru

Since the advent of mathematical modeling, it has begun to play a huge role in almost all areas of people's life, as well as in new achievements and the development of civilization. Mathematical modeling is an integral part of modern research, being a method of qualitative and quantitative description of a process, phenomenon or object with the help of the so-called mathematical model, during the construction of which the actual process, phenomenon or object is described with the help of the mathematical apparatus that adequately describes it. After analyzing the history of the development of mathematical modeling and its scope, it is safe to say that it makes people's lives much easier and allows us to solve the pressing problems of humanity. Both positive aspects of mathematical modeling and disadvantages are given. The software that is used to simulate the physical processes of MATLAB and MATHCAD is considered. In this paper, we studied the main aspects of mathematical modeling, its history of origin, classification of methods of mathematical modeling and mathematical models. The results of practical work on the simulation of free harmonic oscillations are presented on the example of a thread pendulum using the MATHCAD mathematical package with the ability to change the input data.

The Key Words: mathematical modeling, computer mathematics programs, mathematical model, MATHCAD, mathematical apparatus.

Зарождение математического моделирования в период 20 века стало великим открытием, которым владеют люди. Современное понимание всей сущности математического моделирования стало формироваться с конца 19 по 20 века. Его становлению огромное значение придали работы Р. Фреше (1878–1973) и Д. Гильберта (1862–1943), которые внесли новое трактование близости в математике (т.е. метрическое и гильбертово пространства). В результате, были сформированы новые методы в вычислительной математике и в основу современного математического моделирования были заложены необходимые теоретические основы. Затем, в становлении математического моделирования основополагающую роль сыграли новые концепции в формулировке задач математической физики в виде интегральных тождеств, а также восходящий к Р. Куранту (1888–1972) подход конечных элементов, который стал фундаментом для разработки вариационных и проекционных разностных методов решения задач математической физики. Значительную роль в создании передовой идеи математического моделирования оказали российские ученые А. А. Самарский (1919–2008), О.М. Белоцерковский (1925–2015). Важно отметить, что математическое моделирование внесло огромный вклад для достижений цивилизации, равно также, как и революция в физике в 19–20 века [1].

Цель данной работы: изучить понятие математического моделирования, классификацию моделей, применить метод математического моделирования для физического процесса.

Возникают такие ситуации, когда объект доступен, но его использование может быть дорогостоящим или может привести к серьезным катастрофам. Задачей исследователя, в данном случае, является создание модели исходного объекта, тем самым предугадав характер и поведение используемого объекта. Точная модель может быть построена только на глубоких знаниях объекта, представленного для моделирования. Иногда говорят, что модель можно создать математиком, который не знает объект моделирования, и специалистом по данному объекту, но при этом не разбирающемся в математике. Притом важно помнить, что для достижения успеха в математическом моделировании нужно обладать знанием не только математических моделей, но и объекта моделирования. Математическое моделирование – это процесс формирования и исследования математических моделей, в которых описание реальных процессов и явлений происходит с помощью программ или пакетов для математического моделирования. Также математическое моделирование является неотъемлемой частью научно-технического прогресса. Современная математика имеет

огромные и внушительные средства исследования. При создании модели, исследуемого объекта или явления вносят те параметры и детали, которые, по мнению одних, содержат более или менее необходимую информацию об объекте, но, по мнению других, предоставляют математическую формализацию. Но также необходимо разобраться с тем, что такое метод математического моделирования, чтобы понять, как осуществляется моделирование [2].

Метод математического моделирования – механизм, с помощью которого осуществляется косвенное практическое или же абстрактное изучение объекта, при котором напрямую исследуется некая дополнительная искусственного происхождения либо непосредственная модель, которая располагается в некотором объективном согласовании с познаваемым объектом, имеющая вероятность заменять его в конкретных отношениях и дающая при её исследовании, в результате, данные о самом моделируемом объекте. Существуют также основные математические методы моделирования, которые необходимо знать, чтобы моделировать. Методы представлены на рисунке 1 [3, 4].

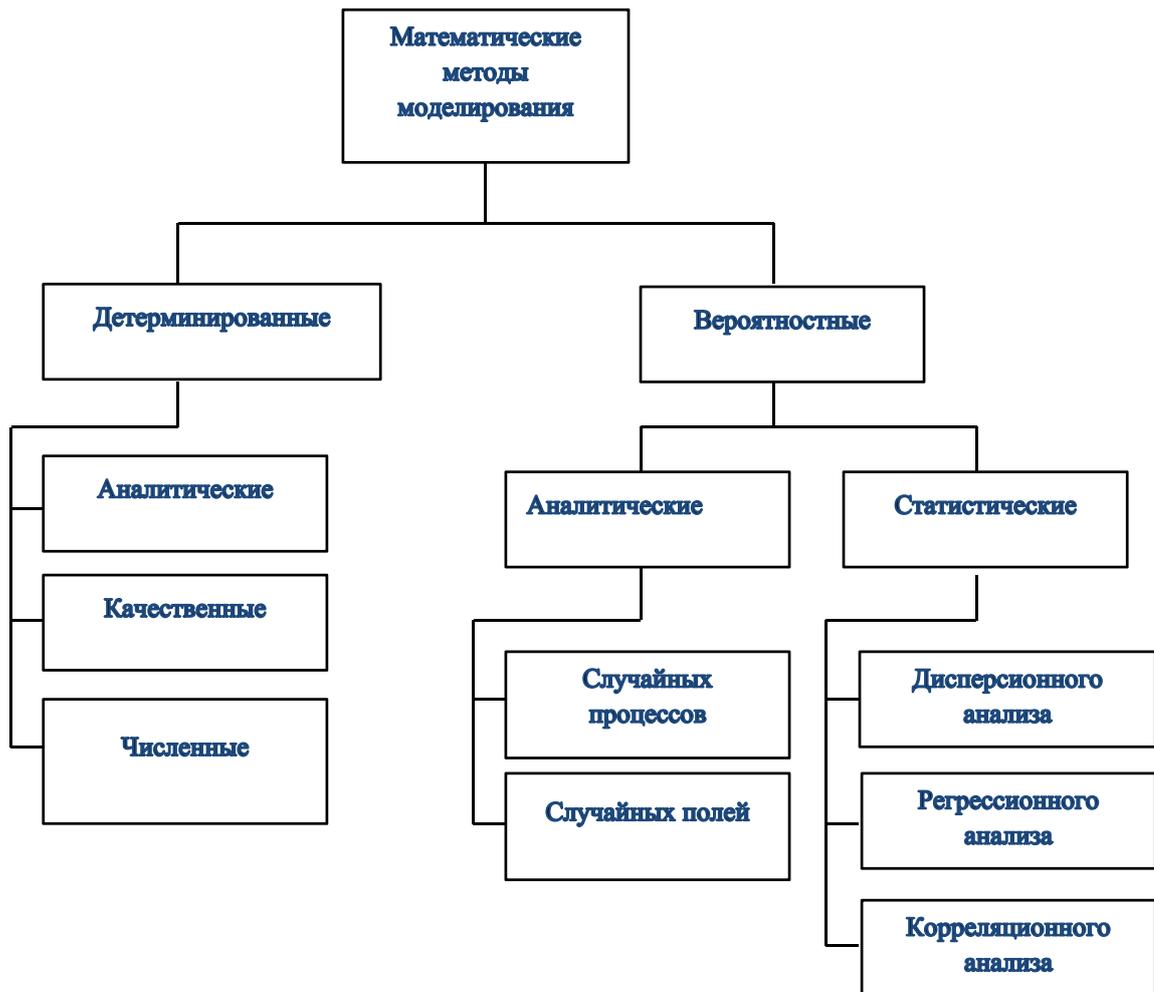


Рисунок 1 – Классификация методов моделирования

Детерминированный метод – метод, в которой каждому значению фактора соответствует вполне определенное неслучайное значение результативного показателя;

Вероятностные методы – методы, применяемые для описания зависимостей между выходными характеристиками системы и входными переменными (параметрами) системы с учетом случайных факторов.

Математические модели подразделяют на аналитические и имитационные:

– аналитические – модели, в которых используется стандартный математический язык (формулы или уравнения);

– имитационные – модели, в которых использован специальный язык моделирования или универсальный язык программирования (специальные алгоритмы или программы) (рис. 2).

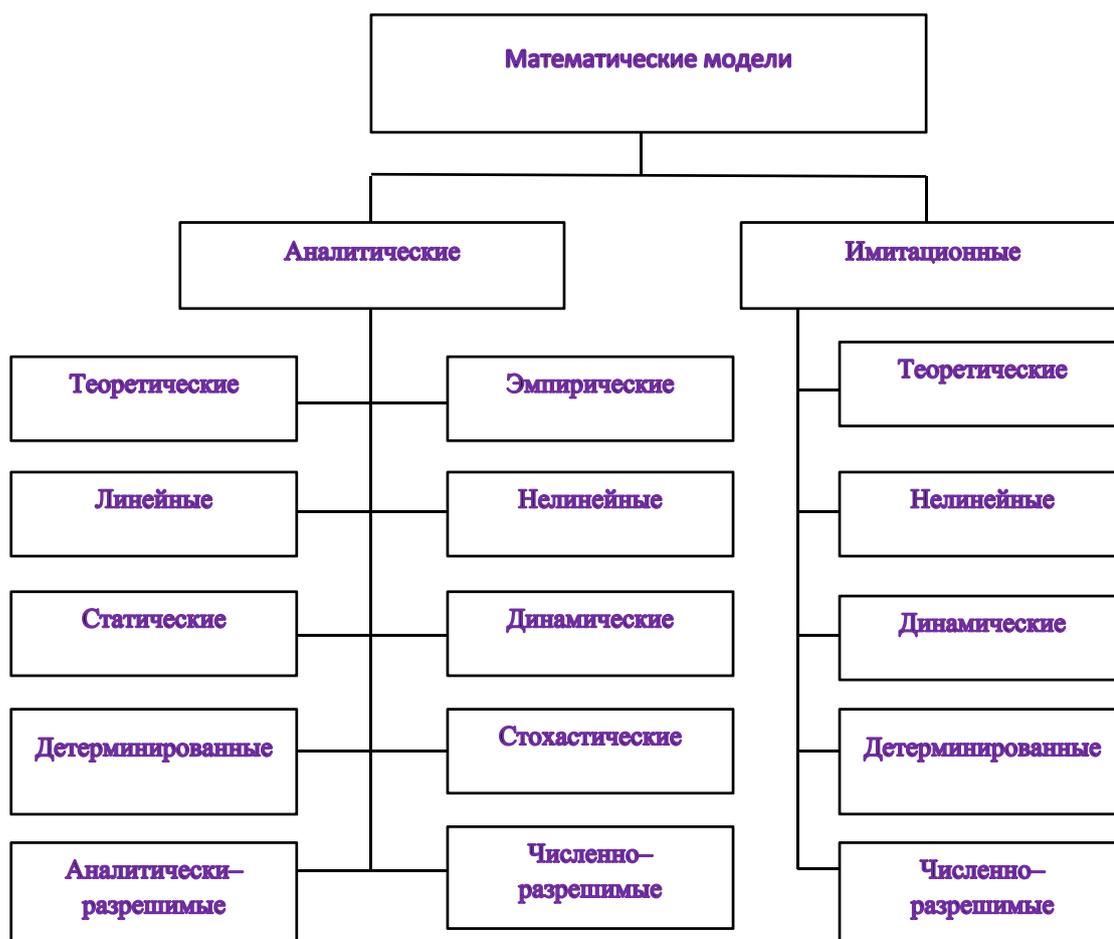


Рисунок 2 – Классификация математических моделей

Рассмотрим программное обеспечение персональных компьютеров, которое чаще применяется на различных этапах математического моделирования. В настоящее время в развитии программного обеспечения для персональных ЭВМ наблюдается концепция использования встроенных пакетов, содержащих наряду со специализированными программами и программы подготовки отчетов.

MATLAB – система предназначена для выполнения инженерных и научных расчетов и качественной визуализации получаемых результатов. Данная система используется в математике, вычислительном эксперименте, имитационном моделировании.

MATHCAD – универсальный математический пакет, рассчитанный с целью выполнения инженерных и научных расчетов. Математическое обеспечение пакета дает возможность решать многие задачи в объеме инженерного вуза [5,6].

Несмотря на все положительные стороны математического моделирования, оно имеет и недостатки, такие как:

1. какой-либо модельный анализ ограничивает степень возможных объяснений;
2. сложный перевод результатов с математического языка на реальный;
3. определение параметров модели;
4. несовершенство оценочных теорий как основы их конструкций;
5. сложно решать проблемы, связанные с экономическими и общественными процессами, в связи с трудностью их математического описания [7].

Можно сказать, что одно и то же явление может быть описано большим числом моделей исходя из цели, поставленной исследователем. Любая модель точна для одних экспериментов, и не точна для других. К тому же, нужно знать на каких этапах происходит моделирование, чтобы не допускать ошибок.

Рассмотрим процесс механических колебаний средствами пакета MATHCAD учитывая основные этапы моделирования [8, 9]. Для данного процесса использовалась аналитическая модель моделирования. Все этапы формируются установленной задачей и целями моделирования. В общем случае процесс построения и изучения модели можно представить следующими пунктами:

1. Постановка задачи: изучить поведение системы нить-маятник в условиях свободных гармонических колебаний.
2. Исследование теоретических основ и синтез данных об объекте оригинала: для решения данной задачи необходимо ввести исходные данные такие как: x_0 – начальная амплитуда колебаний, l – длина нити, g – ускорение свободного падения, φ_0 – начальная фаза колебаний и др.
3. Формализация: записать аналитические формулы для нахождения зависимости координаты, скорости и ускорения от времени:
4. Выбор метода решения: графический – на основе выше записанных формул построить зависимости координаты, скорости, ускорения.
5. Реализация модели (рисунок 3, 4).

полной энергии маятника от времени и в заданный пользователем момент времени при помощи инструмента Trace (рис. 4)

Исходя из выше пройденных этапов математического моделирования, можно сказать, что цели моделирования достигнуты. Но, это лишь незначительная часть того на что способны средства моделирования.

На сегодняшний день можно с уверенностью сказать, что человечество переступило черту, за которой общество может решать математически сложные правильно поставленные задачи. Математическое моделирование на базе компьютерных достижений стало многофункциональным средством для решения крупных задач практически во всех сферах деятельности человека. Полученный человеком опыт моделирования в самых различных направлениях дает возможность расставить акценты на достижениях и особенностях моделирования, а также рассмотреть основные тенденции, которые складываются за прошедшее время [2].

Литература

1. Болдырев Ю. Я. Суперкомпьютерные технологии в промышленности, науке и образовании [Электронный ресурс]. URL: http://itprojects.narfu.ru/grid/material2014/Boldyrev1_4.pdf (дата обращения 23.07.2018)
2. Математическое моделирование. [Электронный ресурс]. URL: <https://works.doklad.ru/view/NTZgPljhPy8.html> (дата обращения 23.07.2018).
3. Математическая модель. 24.02.2018. [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C (дата обращения 09.07.2018).
4. Математическое моделирование. Понятие модели и моделирования. [Электронный ресурс]. URL: http://www.pedsovet.info/info/pages/referats/info_00002.htm (дата обращения 09.07.2018).
5. Рекомендуемые бесплатные программы для математического моделирования и анализа в Windows [Электронный ресурс]. URL: <http://pro-spo.ru/po/2008-03-25-05-39-32> (дата обращения 08.07.2018).
6. Программные средства [Электронный ресурс]. URL: <http://www.mathmod.narod.ru/progs.htm> (дата обращения 09.07.2018).
7. Топчий И.М. Ивахненко Н.Н. Преимущества и недостатки математических моделей

в экономических исследованиях. [Электронный ресурс]. URL: http://www.rusnauka.com/11_NPE_2012/Matemathics/4_106683.doc.htm (дата обращения 23.07.2018).

8. Янченко И.В. Модель формирования карьерной компетентности студентов в профессиональном образовании // *Фундаментальные исследования*. 2013. – № 10-2. – С. 437-441; URL: <http://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=32300> (дата обращения: 25.12.2018).

9. Новосельцев В.Н. Достоинства и недостатки математического моделирования // *Фундаментальные исследования*. – 2004. – № 6. – С. 121-122; URL: <http://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=6504> (дата обращения: 24.07.2018).

10. Классификация математических моделей [Электронный ресурс]. URL: <https://studfiles.net/preview/6008218/page:2/> (дата обращения 01.08.2018).