УДК 517.5

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ РОСТА ДОХОДНОЙ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

Горелова А.Г., Торшина О.А.

В статье представлено построение математической модели роста доходной страховой компании. Вычисления в данной статье производятся на основе математического анализа. Осуществляется процесс нахождения капиталовооруженности с помощью математической модели. Математическую модель описывают как физический объект, у которого свойства в некотором роде похожи со свойствами объекта, представленного для исследования. Модели на базе успешной работы страховых агентов получают словесное определение как задачи управления, которые характеризуют процент агента в общем доходе страховых компаний. Условия к математической модели обговариваются на основе задачи, которая была выдана для решения. Взаимосвязь данных, а также системообразующие величины формируются за счет методов математического моделирования. Вдобавок в статье будет рассмотрено то, что уменьшение капиталовооруженности имеет свойство изменить ставку комиссионного вознаграждения в существующей модели. В поставленной задаче данное решение будет осуществляться за счет интегрального уравнения. В процессе решения уравнения будут использоваться функция Лагранжа и уравнение Эйлера – Лагранжа, а так же исследованию сложившихся процессов с помощью математических моделей. В свою очередь математическая модель представляется как некоторый образ реальности, который позволяет получать информацию о различных системах. Математическая модель умеет прогнозировать характер проявления любого объекта, а также предоставить с целью изучения свойства, законы, по которым и будет осуществляться процесс подчинения. Аналогично математическую модель рассматривают как систему уравнений, которая изучается при помощи математики и в результате должна предоставить точный ответ на поставленные вопросы в этой статье.

Ключевые слова: капиталовооруженность, математическая модель, страховая компания, система уравнений.

MATHEMATICAL ANALYSIS OF GROWTH MODEL PROFITABLE INSURANCE COMPANY

Gorelova A. G., Torshina O. A.

This paper presents mathematical models of growth income insurance company. The calculations in this article are based on mathematical analysis. The process of finding the capital – labour ratios using a mathematical model. A mathematical model is described as a physical object, which has properties in some way similar to the properties of the object that is represented by the. Models based on the successful work of insurance agents receive verbal definition management tasks that characterize the agent's percentage in total income of insurance companies. Conditions to the mathematical model are discussed on the basis of the task that has been given for the decision. The relationships of data, as well as systemically important quantities are formed by the methods of mathematical modeling. In addition, the article will be considered that the reduction of the State tends to change the rate of Commission in the existing model. In the task that this decision will be made at the expense of the integral equation. In the process of solving equations of Lagrange function will be used, and the Euler-Lagrange equation, as well as the study of prevailing processes using mathematical models. In turn, the mathematical model is presented as a certain image of reality that allows getting information on different systems. The mathematical model can predict the nature of any object, as well as provide for the purpose of studying the property laws, which will be implemented by the process of subjugation. Similarly, the mathematical model is considered as a system of equations, that is studied using the mathematics and as a result should provide a precise answer to the questions raised in this article.

Keywords: capital-labour ratio, mathematical model, insurance company, system of equations.

В данное время страхование трактуется как сплоченная деятельности страховых компаний, увеличением объемов сделанной работы, уделяет внимание иностранных страховщиков к страховому бизнесу России. Данный процесс осуществляется при возрастании потребности в услугах страховых компаний. В случае если услуги будут падать в плане потребности, то из этого будет следовать закрытие страховых фирм из – за их ненадобности.

На сегодняшний день страхование занимает наивысшее место в экономической отрасли. Так как является приоритетным в экономики России. Основное свойство страхования определяется при помощи формирования денежного фонда и ситуаций, которые приносят потерю видов собственности. Также осуществляется процесс освобождения государственного бюджета от расходов возмещения ущерба.

Главным в страховании является то, что производиться решение социальных проблем общества. Существуют социальные гарантии При предоставлении, которых население получает обеспечение жизни с согласованными возможностями экономики на определенный момент времени.

Все фирмы на данное время можно разделить на две группы, которые не зависят от организационных и правовых форм.

Первая группа проявляется в предоставлении услуг широкого спектра, в которую входят универсальные страховщики. В свою очередь они так же выполняют операции по всем видам перестрахования. Входящие в данную группу страховые компании производят страхование жизни, медицинское страхование, страхование любого вида наземного транспорта.

Страховые общества, которые основываются исключительно на каком то одном виде страхования (общество медицинского страхования) относятся ко второй группе страхования.

Страховые агенты отвечают за успешность работы страховых компаний. В их обязанности входит информирование клиентов о возможных условиях страхования, а так же страховой агент должен исполнить все желания и требования клиента. Следует обратить внимание на то, что страховой агент не числится штатным сотрудником. Заработок страховых агентов напрямую зависит от контрактов. То есть чем больше было заключено контрактов, тем выше процент заработка.

Математический метод так же влияет на успешную работу в данном направлении. Это происходит так же за счет страховых агентов. На основе их деятельности формулируется простой алгоритм модели, который проводит заинтересованность людей воспользоваться услугами страховых компаний.

В связи с тем, что было сказано выше в статье будет рассмотрен математический анализ модели доходной страховой компании, для которой необходимо максимизировать следующее:

$$\int_0^\infty \big(\alpha I(t) + (1-\alpha)R(t)\big)e^{-rt}dt$$

при условии [1]

$$(1-\mu)R(t) = \gamma K(t) + C_m L(t) + L(t) + \delta K(t) + K\prime(t) + \pi(t)K,) < \delta < 1$$

$$\pi(t) \geq \pi c, \qquad 0 < \gamma + \delta + \pi < 1, 0 < \alpha < 1, \qquad 0 < \mu < 1$$

$$L(0) = L_0, L_0 > 0, \qquad K(0) = K_0, K_0 > 0$$

Где $К_0$ является первоначальным капиталом фирмы, а L_0 – фонд оплаты труда на начальных условиях. Произведем упрощение действующих значений. Рассуждая [4], что π(t)=π_c.

Не забывая

$$R(t) = F\big(k(t), L(t)\big),$$

и $F(k(t), L(t))$ является однотипной [3]. Следуя из этого построим функцию Лагранжа[6]:

$$W(t) = (1-\ \alpha + \alpha\mu)L\varphi(K(t)/L(t))e^{-rt} + \lambda(t)(-(1-\mu)L(t)\varphi(K(t)/L(t)) +$$

$$+(\gamma + \delta + \pi c)K(t) + (C_m + 1)L(t) + K\prime(t)) \tag{1}$$

В результате [2] первоначальная модель изменит свой вид:

$$\int_0^\infty W(t)dt \to max \tag{2}$$

при условиях, где [7]

$$L(0) = L_0,\ K(0) = K_0 \tag{3}$$

$$0 < \gamma + \delta + \pi_c < 1,\ 0 < \alpha < 1,\ 0 < \mu < 1,\ 0 < C_m < 1 \tag{4}$$

Из уравнений (2) – (4) получается система уравнений Эйлера – Лагранжа [5]. Следует выписать ее

$$\begin{cases} (1-\alpha+\alpha\mu)\varphi'\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right) + \lambda(t)\left(\gamma+\delta+\pi_c-(1-\mu)\varphi'\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right)\right) - \lambda'(t) = 0 \\ ((1-\alpha+\alpha\mu)\varphi\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right) - (1-\alpha+\alpha\mu)\varphi'\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right) + \lambda(t)((1-\mu)\varphi'\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right) \\ \qquad -(1-\mu)\varphi\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right) + C_m + 1)e^{-rt} = 0 \\ K'(t) - (1-\mu)L(t)\varphi\left(\dfrac{K(t)}{L(t)}\right) + (\gamma+\delta+\pi_c)K(t) + (C_m+1)L(t) = 0 \end{cases}$$

Запишем данную систему в удобном для нас виде [8].

$$\lambda'(t) = (1-\alpha+\alpha\mu)\varphi'\frac{K(t)}{L(t)}e^{-rt} + \lambda(t)(\gamma+\delta+\pi c) -$$

$$-(1-\mu)\varphi'\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)e^{-rt}(1-\alpha+\alpha\mu)(\varphi\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right) - \varphi'\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right) +$$

$$+\lambda(t)\left((1-\mu)\left(\varphi'\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right) - \varphi\left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)\right) + C_m + 1\right) = 0$$

$$K'(t) - (1-\mu)L(t)\varphi\left(\tfrac{K(t)}{L(t)}\right) + (\gamma+\delta+\pi c)K(t) + (C_m+1)l(t) = 0 \tag{5}$$

Из уравнения (5) сделаем акцент на

$$k(t) = K(t)/L(t)$$

и произведем дифференцирование по t

$$k'(t) = \frac{K\prime(t)}{L(t)} - \frac{K(t)}{L(t)}\frac{L\prime(t)}{L(t)} \tag{6}$$

Исходя из того, что

$$n(t) = (dL/dt)/L(t)$$

Условия, предоставленные из уравнении (5) получим:

$$K'(t)/L(t) = k'(t) + k(t)n(t) \tag{7}$$

Запишем второстепенное обозначение для простоты выражений, которые написаны выше:

$$z(k) = \varphi'(k)k - \varphi(k) \tag{8}$$

Для функции $\varphi(k)$, которая построена [10] на основе $F\left(\frac{K(t)}{L(t)}, 1\right)$ выполняются некоторые условия:

$$\varphi'(k) > 0$$

$$\varphi''(k) < 0$$

$$\varphi'(k) \to \infty \text{ для } k \to 0$$

$$\varphi'(k) \to 0 \text{ для } k \to \infty$$

При соблюдении всех обозначений разделим на $L(t)$ последнее уравнение из (5). Тогда получим:

$$\lambda'(t) = (1 - \alpha + \alpha\mu)\varphi'\big(k(t)\big)e^{-rt} + \lambda(t)\left(\gamma + \delta + \pi c - (1-\mu)\varphi'\big(k(t)\big)\right) \tag{9}$$

$$\lambda(t) = (1 - \alpha + \alpha\mu)z\big(k(t)\big)e^{-rt}/((1-\mu)z\big(k(t)\big) + C_m + 1) \tag{10}$$

$$k'(t) = (1-\mu)\varphi\big(k(t)\big) - (\gamma + \delta + \pi c)k(t) - C_m + 1) \tag{11}$$

Продифференцировав уравнение (10) по t, получим:

$$\lambda'(t) = \frac{e^{-rt}z'(k(t))(1 - \alpha + \alpha\mu)}{(1-\mu)z\big(k(t)\big) + C_m + 1}2 - r\lambda(t) \tag{12}$$

Проверяя то, что

$$z'(k(t)) = \varphi''\big(k(t)\big)k'(t)k(t) \quad (13),$$

Получится то, что формула (12), будет принимать следующий вид [9]

$$\lambda'(t) = \frac{e^{-rt}\varphi''\big(k(t)\big)k'(t)k(t)(1 - \alpha + \alpha\mu)}{\Big((1-\mu)z\big(k(t)\big) + C_m + 1\Big)}2 - r\lambda(t) \tag{14}$$

Если в формулу (14) подставлять зависимость (9) и (10), изменяемая скорость капиталовооруженности будет рассчитываться по формуле:

$$k'(t) = \frac{U(t)V(t)}{\varphi''\big(k(t)\big)k(t)(1 + C_m)(1 - \alpha + \alpha\mu)} \tag{15}$$

в котором

$$U(t) = (1-\mu)z\big(k(t)\big) + 1 + C_m$$

$$V(t) = (1-\alpha+\alpha\mu)(\varphi'\big(k(t)\big)U(t) + z\big(k(t)\big)\Big(r+\gamma+\delta+\pi c-(1-\mu)\varphi'\big(k(t)\big)\Big)$$

Произведем разбор уравнения (15) .

Следуя из того, что $\varphi'(k) < 0$ для $k > 0$, знаменатель в уравнении (15) является отрицательным. Будем считать, что

$$((1-\alpha+\alpha\mu)(1+C_m) > 0).$$

Следуя по данному условию на функцию $\varphi(k)$ для $z(k) = \varphi'(k)k - \varphi(k)$ получаем $z(k) \leq 0$ и $z(k) \to 0$ при $k \to 0$, и $z(k) \to \infty$ при $k \to \infty$.

Для малых k получаем $U > 0$, $V > 0$, так как $\varphi'(k)$ - большое число, соответственно $k' < 0$. Если же $z(k) \to -\infty$, из этого следует, что $k' < 0$ значит для больших k получаем $U < 0$, $V < 0$. Из неизменного убывания U и V можно сделать заключение, что каждое из рассматриваемых уравнений $U = 0$ и $V = 0$ имеет единственный корень.

Значит область разбивается на три участка: $k \in [0, k_1)$,

$$k \in [\,k_1\,, k_2), k \in [\,k_2, \infty)$$

Существует точка не устойчивого равновесия $k_1\mu$, а так же точки 0 и $k_2\mu$ устойчивого равновесия. Нужно обратить внимание, что $k_1(\mu)$ и $k_2(\alpha,\mu)$ монотонно возрастающие функции по μ. Если же $k \to 0$ и происходит финансовое разрушение фирмы, то можно сделать вывод, что первоначальное значение $k_0 = K_0/L_0$ будет меньше чем $k_1(\mu)$. В противном случае размеры фирмы остаются неизменными и возникает стремление к $k_2(\mu)$. Из этого следует, что для значений параметров управления $\alpha, \mu, \gamma, \delta, Wr, Cm$ $k_2(\mu)$ следует воспринимать как преимущественно подходящий размер фирмы. В ходе всех вышеизложенных параметров определяется то, что по существующей величине $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$ скорей всего будет совершена оценка будущего развития страховой компании и качества первоначального состояния. В ходе этого процесса предлагается следующее:

Когда $\frac{K(t)}{L(t)} < K(0)$ из этого следует, что нужно принять меры по росту капитала либо по уменьшению L(t). Если же такая возможность предоставляется то увеличение капитала получается с помощью следующей задачи:

$$\frac{K(t) + \Delta K(t)}{L(T)} > K(0)$$

$$\Delta K(t) \to max$$

При отсутствии увеличение капитала уменьшается фонд оплаты труда. В таком случае задача приобретет следующий вид:

$$\frac{K(t)}{L(T) - \Delta L(t)} > K(0)$$

$$L(t)^{*} < L(t)^{*} < L(t)^{**}$$

$$\Delta L(t) \rightarrow min$$

Произведем проверку данного примера, где ранее был сделан расчет оптимального размера фирмы. Необходимо зафиксировать результат изменений параметра управления α на оптимальный размер страховой компании. Данные для расчета были представлены компанией Росгосстрах. Для того чтобы определить зависимость k_1, k_2 необходимо полагать, что $\delta = 0.13, \gamma = 0.03, \mu = 0.1, C_m = 0.8$. Данная зависимость отображается в таблице 1.

Таблица 1. Зависимость k1,k2

α	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
k_1	6.8	6.8	6.8	6.8	6.8
k_2	3.4	3.23	3.15	3.13	3

Для получения таблицы 2 разрешается разработка значения k_1 и k_2 для некоторых характеристик, подразумевая то, что μ= 0.05.

Таблица 2. Зависимость k1,k2 при $\boldsymbol{\mu = 0.05}$

$\frac{k}{\alpha}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
k_1	7.2	7.2	7.2	7.2	7.2
k_2	3.49	3.39	3.15	3.13	2.93

В заключении можно сказать, что при изучении капиталовооруженности на норму комиссионного жалованья было обнаружено то, что в данном процессе происходит уменьшение данного изучения, которое может привести к изменению нормы комиссионного жалованья μ. При том, K является фиксированным капиталом.

В настоящее время представленное исследование заслуживает усиленного внимания так как при работе страховых компаний имеется неполная причастность страховых агентов.

Представленная в работе модель, может формировать построение некоторых главных проблем приближения условий ее реализации к реальным условиям функционирования страховой компании.

Литература

1. Дубровский В.В., Торшина О.А. Дискретность спектра задачи Неймана // Вестник Магнитогорского государственного университета. 2004. № 5. С. 130-131.
2. Кадченко С.И., Торшина О.А., Рязанова Л.С. Вычисление собственных чисел спектральной задачи Ора – Зоммерфельда // Современные наукоемкие технологии. – 2018. № 8. С. 89-94.
3. Козин Р.Г. Алгоритмы численных методов линейной алгебры и их программная реализация. Москва. 2012. 124 с.
4. Михеев С. Е. Многомерная аппроксимация и интерполяция. С.-Петерб. 2012. 59 с.
5. Михеев С.Е. Численные методы. СПб.: СПбГУ. 2013. 93 с
6. Торшина О.А. К вопросу сложения четных сферических гармоник // Вестник Магнитогорского государственного университета. 2004. № 6. С. 73-77.
7. Торшина О.А. Оценка разности спектральных функций дискретных операторов // Альманах современной науки и образования. № 12-1, 2009. С. 123-125
8. Торшина О.А. Существенный спектр задачи Неймана для оператора Лапласа // Современные проблемы науки и образования: материалы L внутривузовской научной конференции преподавателей МаГУ. – Магнитогорск: Издательство Магнитогорский государственный университет, 2012. - С. 271.
9. Торшина О.А. Формула асимптотики собственных чисел оператора Лапласа-Бельтрами с потенциалом на проективной плоскости // В книге: Современные методы теории функций и смежные проблемы: материалы конференции. 2003. - С. 258-259.
10. Torshina O.A. Differential operators on the projective plane //Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2015. Т. 2. № 4. С. 84-92.