УДК 336.01:001.891.572

ЭКОНОФИЗИКА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В АНАЛИЗЕ ФОНДОВЫХ РЫНКОВ

Колпаков И. Ю.
Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29), Пермский государственный национальный исследовательский университет (614990, Пермь, ул. Букирева, 15), kolpakov.ilia@mail.ru
Половников Д.С.
Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29), polovnikov.161@mail.ru

Аннотация: При изучении экономических процессов наиболее эффективными и результативными методами оказываются комплексные исследования. Рассмотрение возникающих в экономике явлений с точек зрения различных наук и дисциплин позволяет не только выявить системообразующие начала, но и разработать методологию оценки, анализа и прогнозирования экономических процессов. В данной статье представлен обзор основных идей и результатов выделившегося в середине 1990-х междисциплинарного направления – эконофизики. Развитие этой области обусловлено необходимостью качественного обоснования экономических процессов, для которых в рамках классической экономики не могут быть сформулированы объективные законы, соответствующие эмпирическим данным. Таким образом, задача эконофизики состоит также в оценке изменяющихся во времени экономических показателей, построении математических моделей, описывающих законы изменения количественных характеристик и соответствующих фактическим данным, и прогнозировании будущих значений исследуемых показателей. В данном обзоре была рассмотрена лишь часть тех методов, с помощью которых можно идентифицировать тренды и строить прогностические модели. Возможность практического применения описанных инструментов обоснована большим количеством эмпирических данных, полученных учеными-экономистами в ходе многолетних исследований. Более того, численные методы фрактального анализа находят применение не только на временных рядах финансовых рынков, но и могут использоваться при изучении социальных, геологических, биологических и прочих явлений.
Ключевые слова: эконофизика, экономика, прогнозирование, математическая модель.

ECONOPHYSICS AND ITS APPLICATION IN THE ANALYSIS OF STOCK MARKETS

I. Yu. Kolpakov
Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky ave., 29) , Perm State University (614990, Perm, Bukireva street, 15), kolpakov.ilia@mail.ru
D.S. Polovnikov
Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky ave., 29), polovnikov.161@mail.ru

Abstract: When studying economic processes, the most effective and efficient methods are comprehensive studies. Consideration of the phenomena occurring in economics from the points of view of various sciences and disciplines allows not only to identify systemically important beginnings, but also to develop a methodology for evaluating, analyzing and forecasting economic processes. This article provides an overview of the main ideas and results of the interdisciplinary direction of econophysics that emerged in the mid-1990s. The development of this area is due to the need for a qualitative substantiation of economic processes for which objective laws corresponding to empirical data cannot be formulated within the framework of the classical economy. Thus, the task of econophysics is also to assess time-varying economic indicators, build mathematical models describing the laws of change in quantitative characteristics and the corresponding actual data, and predict future values of the studied indicators. In this review only the part of those methods by means of which it is possible to identify trends and to build predictive models was considered. Possibility of practical use of the described tools is proved by a large number of the empirical data obtained by scientists-economists during long-term researches. Moreover, numerical methods of the fractal analysis find application not only in temporary ranks of the financial markets, but also can be used when studying the social, geological, biological and other phenomena.

Keywords: econophysics, economics, forecasting, mathematical model.

ВВЕДЕНИЕ

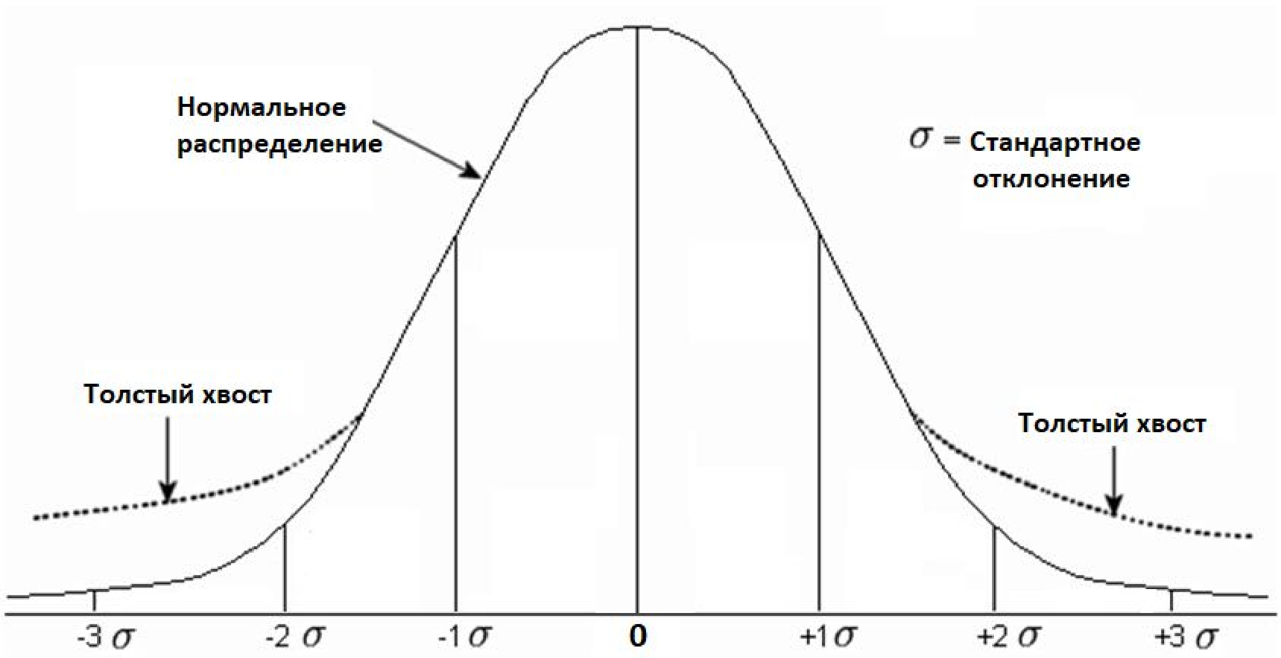
В XX в. учеными-экономистами в ходе долголетних наблюдений были накоплены достаточно большие массивы статистических данных, которые можно было анализировать и использовать при проведении экономических исследований. Однако с этим обозначился также ряд экономических и финансовых задач, которые не могли быть решены в рамках этих наук. В частности, возникали споры по поводу результатов экономических исследований, которые не согласовывались с фактическими данными, и при этом обозначались нереальные предпосылки «при прочих равных условиях», что вызывало критику со стороны физиков. Для решения таких расхождений предполагалось использовать аппарат и методологию теоретической физики, поэтому становление новой дисциплины во многом связано с приходом в экономику целого ряда физиков, среди которых П. Бак, Ю. Стенли, Ф. Андерсон и другие.

Эконофизика в качестве самостоятельного направления изучения экономических процессов, в основе которых рассматриваются фундаментальные законы природы и для которых могут быть применены физические теории, стала оформляться на рубеже XX-XXI вв., когда научные школы независимо друг от друга пытались сблизить физику и экономику. Направления исследований, проводившихся на стыке этих наук называли «физической экономикой», «экономической синергетикой», «синергетической экономикой» [2, 23, 33]. Из всех терминов, описывающих ряд задач, которые должна решать новая дисциплина, сегодня выигрывает «эконофизика», в содержании которого удалось объединить все приложения нелинейной динамики в экономике. Термин «эконофизика» впервые употреблен Р. Мантенья и Г. Стенли в книге «Введение в эконофизику: Корреляции и сложность в финансах». Как отмечают сами авторы, «данный неологизм призван обрисовать область деятельности физиков, которые работают над экономическими проблемами, проверяя концептуальные подходы, заимствованные из физических наук» [6].

В эконофизике выделяют 2 направления [4]: статистическую эконофизику, включающую методы статистического анализа временных рядов, и динамическую эконофизику, рассматривающую социально-экономические системы с помощью математических моделей нелинейной динамики.

К истокам первого направления относится работа Л. Башелье «Теория спекуляции» 1900г. [9]. В ней впервые было предложено использовать модель броуновского движения для описания колебаний котировок фондового рынка. В начале 1920-х гг. Н. Винер [32] смог обосновать эту модель строго математически, однако, она не могла быть применена на практике вследствие того, что теоретически для броуновской модели невозможно получить прибыль выше среднего по рынку. Также несостоятельность подтверждалась и опытом реальной биржевой спекуляции. В начале 60-х гг. вследствие увеличения доступности информации и ее все более активного распространения оформилась гипотеза «эффективного рынка», т.е. рынка, на котором в цене отражается вся прошлая, текущая и внутренняя информация и все трейдеры информированы в равной степени. На таком рынке отдельные агенты не могут иметь преимущества, что исключает получение инвесторами сверхприбыли. Таким образом, было разрешено противоречие между реальной торговлей и броуновской моделью, которая именно в это время стала активно приниматься в расчет среди инвесторов. Одним из высших достижений подходов, основанных на модели броуновского движения, стала работа «Ценообразование опционов и корпоративных обязательств» Блэка, Шоулза и Мертона [10, 24], позволившая точно рассчитывать «справедливые» цены опционов. Классическая модель броуновского движения основывается на двух утверждениях. Во-первых, в любой момент времени приращения процесса имеют нормальное распределение с нулевым средним. Во-вторых, приращения непересекающихся интервалов статистически независимы. Однако наблюдения финансовых временных рядов выявили ряд особенностей, которые не соответствуют этим постулатам. Наиболее важным из них является тот факт, что сильное изменение во временном ряде происходит намного чаще (рис.1), чем следовало бы предполагать, опираясь на закон распределения Гаусса, причем подобные изменения разделены колебаниями низкой интенсивности.

Рис.1 Проблема «толстых хвостов» [34]



В связи с этим параллельно с броуновской моделью стали развиваться её обобщения, например, движение Леви и устойчивые распределения Парето [19], в которых отказывались от нормального распределения приращений, с одной стороны, и обобщенное броуновское движение и процессы с памятью, в которых отвергалось условие независимости приращений на непересекающихся интервалах времени, с другой [26]. Также существуют идеи, основанные на отказе от обоих постулатов, в том числе модель авторегрессионной условной гетероскедастичности, в которой дисперсия значений уровней временного ряда зависит от его прошлых значений и от изменения самой дисперсии во времени [8].

Второе направление, динамическая эконофизика, зародилось среди практикующих трейдеров в начале 1930-х годов и стало развиваться в качестве «технического анализа», который в отличие от фундаментального анализа, ставившего в основу расчет «справедливой» цены акции компании, опираясь на ее производственные показатели, предполагал прогнозирование вероятного изменения цен на основе закономерностей их изменения в прошлом. В основе данного подхода лежит известное положение Ч. Доу, выдвинутое им еще в конце XIX в., согласно которому естественное состояние цены – это направленное движение, т.е. тренд. Такое устойчивое поведение изменения цены является результатом агрегатного действия фондовых агентов и социальных предпосылок и отражает социальные тенденции, действующие на рынке. Отсюда следует, что тренд задается этими тенденциями и будет продолжаться до тех пор, пока на рынке не произойдет их смена. Таким образом, целью технического анализа является поиск внутренних закономерностей изменения уровней временного ряда, которые позволят прогнозировать переходы тренда в боковое движение – флэт, когда рынок консолидируется, и отсутствует выраженное направленное движение вверх или вниз. В период активного развития технического анализа были выявлены формы устойчивого поведения цен, паттерны, которые с высокой точностью могли предсказать дальнейшие поведение временного ряда. В их числе так называемые «фигуры» технического анализа: «прямоугольник», «голова и плечи», «молот», «двойная вершина» и т.д. Первые работы в этом направлении принадлежат У. Ганну и Р. Эллиоту [14]. Хотя почти все классические фигуры были известны уже в 1950-е гг., их систематизировали только в 80-х гг Д. Мерфи [25] и Р. Прехтер [28]. В это же время технический анализ получил поддержку со стороны теории динамического хаоса, из которой следовало, что несмотря на то, что временной ряд и казался случайным процессом, в основе его лежала нелинейная динамическая система малой размерности, для которой можно построить детерминированную математическую модель. Отсюда следует, что временной ряд можно представить как одномерную проекцию траектории этой системы в расширенном фазовом пространстве с помощью небольшого числа обыкновенных дифференциальных уравнений. Тогда, зная достаточно большой объем его исторических данных, можно восстановить его текущее значение. Более того, вид уравнений и их количество в системе становятся несущественными, т.к. при проектировании временного ряда задача экстраполяции одномерного ряда сводится интерполяции многомерной функции распределения [7].

Таким образом, эконофизика может внести существенный вклад в области исследования экономических процессов. Более подробно о достижениях эконофизики будет рассказано в следующей главе.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКОНОФИЗИКИ

В 1984 году в Нью-Мексико группой ученых был основан независимый институт теоретических исследований Санта-Фе (Santa Fe Institute). Он является некоммерческой организацией и занимается междисциплинарным исследованием фундаментальных свойств сложных адаптивных систем: биологических, социальных, физических, математических и других. Особенностью адаптивных систем является то, что они состоят из множества элементов, которые взаимодействуют между собой и могут накапливать опыт в процессе взаимодействия с другими элементами, благодаря чему способны видоизменять себя и структуру системы, чтобы приспособиться к новым условиям окружающей среды. Примерами таких систем могут служить центральные нервные системы, биологические экосистемы, социальные, политические и экономические структуры. Целью создания института является решение острых долгосрочных проблем, таких как генетические дефекты, СПИД, резистентные бактерии и вирусы, дефицит торгового баланса и т.д., поэтому исследования включают изучение процессов, ведущих к появлению ранних форм жизни, эволюционного моделирования, метаболических и онкологических законов подобия, фундаментальных свойств городов, эволюционной диверсификации вирусных штаммов, а также динамики финансовых рынков. Именно здесь при изучении экономических процессов стали применять самый современный аппарат теоретической физики и развивать экономику в рамках теории сложных адаптивных систем. Рассматривая фондовый рынок как адаптивную систему следует отметить, что закономерным этапом эволюции адаптивной системы является процесс самоорганизации, в результате которого в системе произвольно возникает порядок. При этом образовавшаяся структура приобретает новые качества, не проявляющиеся у ее отдельных компонентов [5]. Пример самоорганизации в экономике был описан А. Смитом [29] как процесс, управляемый «невидимой рукой», где множество индивидуумов, стремясь удовлетворить исключительно свои личные материальные потребности, создают поведенческую систему с совершенно новым качеством. Согласно исследованиям, при взаимодействии и контакте между собой по установленным правилам плохо информированные субъекты непроизвольно создают социальные алгоритмы, которые максимизируют общие материальные ценности и приближаются к оптимальным результатам [16, 30]. Более того, данные исследования показывают, что при таких условиях рынок с течением времени может становиться эффективным.

На основе полученных экспериментальных данных в эконофизике появился целый раздел, посвященный «игре в меньшинство» или, по-другому, «задаче бара» [11, 13, 14]. В простейшем случае в игре меньшинства в дискретном времени участвуют N агентов, которые в начале получают определенный капитал. На каждом шаге, действуя согласно выбранной стратегии, они совершают одно из двух возможных действий: покупку или продажу акций и других активов. Решение называется состоянием и описывается функцией $a_i(t)(i = 1..N, t = 0,1,..\infty)$, где i – номер агента, t – момент времени (номер хода). Выигрывает тот, кто оказывается в меньшинстве. При этом размер выигрыша $A(t)$ определяется по формуле:

$$A(t) = \sum_{j=0}^{N} a_j(t) \,. \tag{1}$$

После этого у каждого проигравшего из его капитала вычитается сумма

$$u_i(t) = \frac{2|A(t)|}{N + |A(t)|}, \tag{2}$$

и, соответственно, каждому выигравшему начисляется сумма

$$u_i(t) = \frac{2|A(t)|}{N - |A(t)|}. \tag{3}$$

Игроки с наихудшими результатами покидают «рынок», и игра повторяется. В более интересных вариантах капитал является неоднородным и может состоять из денежных единиц и акций или прочих активов. В любой момент времени можно совершить сделку: купить или продать одну акцию. Цена акции $p(t)$ определяется из соотношения баланса спроса и предложения по формуле:

$$p(t) = p(t-1)\frac{N + a(t)}{N - a(t)}, \tag{4}$$

где $a(t)$– разность между количеством ордеров на покупку и на продажу акций. Таким образом, если в момент времени t количество ордеров на покупку больше, чем на продажу, то отношение $\frac{N + a(t)}{N - a(t)} > 1$, и, следовательно, $p(t) = p(t-1)\frac{N + a(t)}{N - a(t)} > p(t-1)$, т.е. цена акции выше, и выигрывают продающие. В модификациях с *индуктивной динамикой*, агенты выбирают стратегии с наибольшей внутренней стоимостью, т.е. наиболее эффективные в прошлом. В усложненных вариантах игры также присутствует элемент «естественного отбора». Например, игроки с наихудшими результатами заменяются новыми игроками, которые наследуют и используют стратегии наиболее результативных агентов, однако, не сохраняют за собой накопленный капитал предыдущего игрока. Также может быть введена возможность «мутации»: на рынке появляются агенты с новыми стратегиями. В другом варианте «отбора», предложенном Суси--Ахо [18], игроки, которые замечают, что демонстрируют наихудшую результативность, периодически изменяют свои стратегии, чтобы стать наиболее эффективными на рынке. При таких модификациях модель приближается к реальной адаптивной системе, т.к. с учетом «отбора» на рынке остаются только игроки с наилучшими стратегиями, т.е. наиболее адаптированные. Кроме того, было замечено, что в данных условиях флуктуации прибыли для каждого агента уменьшаются.

Хотя модель, построенная на «игре в меньшинство», не учитывает внешних факторов, она приближена к реальным условиям изменения динамики рынка. Например, если ввести дополнительный параметр $\alpha = I/N$, где I – число различных состояний фундаментальной информации, то в некоторой точке α_c будет происходить фазовый переход. При значениях $\alpha < \alpha_c$ рынок можно рассматривать как эффективный, т.к. все агенты информированы в равной степени и не имеют преимущества. При $\alpha > \alpha_c$ рынок не является эффективным, т.к. в сделках участвуют трейдеры, обладающие более полной информацией по сравнению с другими участниками, что дает первым заметное преимущество [1].

При исследовании адаптивных систем приходится часто сталкиваться с проблемой быстрого и резкого изменения системы, называемого «катастрофой». В результате этого процесса система приходит в равновесное с окружающей средой состояние. В качестве примера можно рассмотреть фазы фондового рынка (рис.2). В первой фазе движение цены представляет боковой тренд. На этом этапе происходит накопление или аккумуляция, когда основными покупателями акций являются крупные игроки, влияющие на СМИ и запускающие вторую фазу. Следующий этап – рост акций с заметным увеличением волатильности вследствие усиления вовлеченности остальных трейдеров. Третья фаза характеризуется распределением – крупные игроки начинают распродавать свои активы. Четвертая фаза – обвал рынка, резкий спад цен акций, вызванный реакцией остальных трейдеров. Последний этап имеет лавинообразный эффект, т.к. с увеличением скорости падения цен, увеличивается скорость продажи оставшихся у остальных агентов активов. Так, для описания возникновения подобных «пузырей» и следующих за ними обвалов была применена теория *самоорганизованной критичности,* позволяющая качественно объяснить причины «катастроф» [26]. Эта теория, однако, не дает возможности отследить их развитие. Решение данной проблемы было предложено в работе Д. Сорнетте [27], в которой было показано, что взаимодействие трейдеров может приводить к появлению критической точки t_c на временной оси, в которой вероятность обвала максимальна. В окрестности этой точки ценовой ряд $p(t)$ имеет вид:

$$p(t) = a_0 + a_1 (t_c - t)^{\gamma} \left[1 + b\cos(\omega \ln(t_c - t) + C\right], \tag{5}$$

где a_0, a_1 – параметры 1-й группы, линейные коэффициенты модели, γ, b, ω, C - параметры 2й группы, характеризующие индивидуальные особенности каждого временного ряда. Создается сетка с наборами параметров 2-й группы. Каждый набор фиксируется, и по выбранному набору значений производится оптимизация модели по методу наименьших квадратов и вычисляются параметры 1-й группы. В конечной модели применяются такие параметры обеих групп, которые приближают модель наилучшим образом.

Значение t_c можно оценить по формуле:

$$t_c = \frac{t_{n+1}^2 + t_{n+2} t_n}{2t_{n+1} - t_n - t_{n+2}}. \qquad (6)$$

Рис.2 Фазы движения цены на фондовом рынке

По этой методике Сорнетте были исследованы все основные крахи из истории финансовых рынков. Согласно полученным результатам, движение цен перед падением можно во всех случаях приблизить формулой (5), хотя для предсказания обвалов в режиме реального времени эта методика работает только в большинстве случаев.

Особенностью моделей финансового рынка является также то, что можно провести аналогию между информационным каскадом на биржевом рынке и энергетическим каскадом гидродинамической турбулентности [3]. Так, в гидромеханике существует так называемый инерционный интервал масштабов, на котором все наблюдаемые характеристики $g_i(x)$ не зависят от выбранного масштаба и являются однородными во всех точках пространства. Отсюда следует, что при изменении масштаба $x \to \lambda x$ функция $g_i(x)$ просто умножается на некоторое число $\mu = \mu(\lambda)$:

$$g_i(\lambda x) = \mu(\lambda) g_i(x). \tag{7}$$

Решением уравнения будет:

$$g_i(x) = c x^{a_i}, \tag{8}$$

где c, a_i – некоторые константы.

При этом a_i называется размерностью функции $g_i(x)$.

Эта работа стала побудительным мотивом для целого потока исследований, посвященных устойчивым степенным законам. В частности, при помощи таких законов можно вычислить доходности акций, объемы продаж и количество совершаемых сделок [29, 30]. Рассмотрим полученные законы распределения более подробно. Определим доходность акции $r_{\Delta t}$ на интервале Δt в виде:

$$r_{\Delta t} = \ln \frac{p(t)}{p(t - \Delta t)}. \tag{9}$$

Из выражения (9) можно заметить, что $r_{\Delta t}$ является просто относительным изменением цены. Из эмпирических данных получено условие:

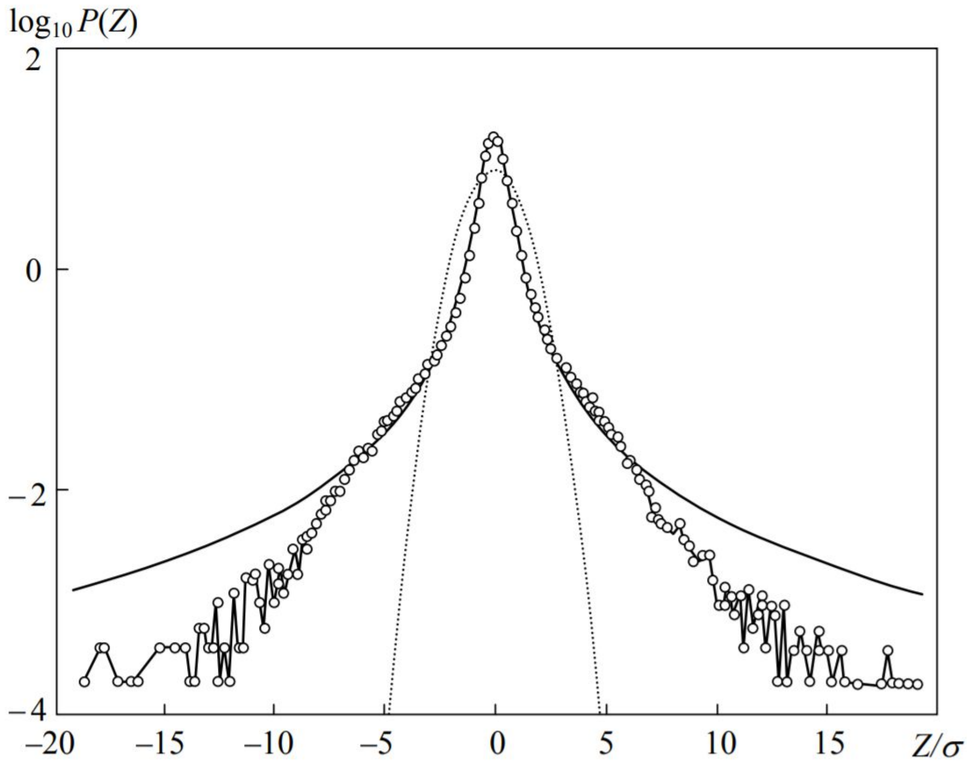
$$P\left(\left|r_{\Delta t}\right| > x\right) \sim x^{\xi_\upsilon}, \tag{10}$$

где $\xi_\upsilon \approx 3$. Аналогичным образом определяются распределения для объемов продаж $V_{\Delta t}$ и соответствующего числа сделок $N_{\Delta t}$ на интервале Δt. Эти законы оказываются справедливыми для исследований при использовании не только любых значений Δt от 1 минуты до 1 месяца, но также и различных временных интервалов с применением всевозможных финансовых инструментов. Отдельно стоит отметить, что формула (10) подходит для работы с самыми разными индексами.

Одним из самых известных результатов в области эконофизики является закон распределения плотности вероятности $P(Z_{\Delta t})$ изменения индекса S&P500 на интервале Δt от 1 минуты до 1 месяца. Как экспериментально было показано [31], плотности вероятности описываются «усеченным» распределением Леви (рис.3). Такое распределение в центральной части полностью совпадает с обычным распределением Леви, но его хвосты опускаются ниже последнего, оставаясь, однако, выше нормального с тем же σ.

Рис. 3 Распределение колебаний $P(Z_{\Delta t})$ индекса S&P500

Для сравнения изображены нормальное распределение (пунктирная линия) и распределение Леви (сплошная) для $\alpha = 1.4$ [1]



Распределение Леви нормированной на σ величины $Z_{\Delta t}$ в данном случае для всех интервалов Δt имеет вид:

$$P_i(\beta) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \cos(\beta x) e^{-\gamma \Delta t x^\alpha} dx, \tag{10}$$

где $\alpha = 1.4, \gamma = 0.00375, \beta = \frac{Z_{\Delta t}}{\sigma}, Z_{\Delta t} = Y(t) - Y(t - \Delta t), Y(t)$ – значение индекса S&P500 в момент времени t. Это означает, что усеченное распределение Леви также является однородным по Δt для любых интервалов от 1 минуты до 1 месяца и остается справедливым для различных индексов и акций, причем в каждом случае необходимо подбирать свой показатель α. Кроме того, в ходе дальнейших исследований было замечено, что при $\Delta t > 1$мес. усеченное распределение Леви начинает сходиться к нормальному.

Эконофизика ставит целью поиск объективных законов, которым подчиняются процессы, происходящие в экономике. Как было отмечено ранее, фондовый рынок, будучи адаптивной системой, приобретает особые качества, среди которых способность к самоорганизации и порядку. Примером такого порядка является самоподобие или, по-другому, фрактальная структура, которая может способствовать выявлению новых закономерностей процессов, протекающих на фондовом рынке.

ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ФОНДОВОГО РЫНКА И ПОКАЗАТЕЛЬ ХЕРСТА

Фрактал – это множество в метрическом пространстве, для которого $D > D_T$, где D – размерность Хаусдорфа-Безиковича данного множества, а D_T – его топологическая размерность [21].

Топологическая размерность – это свойство, не изменяющееся при любых деформациях, производимых без разрывов и склеиваний. Она всегда является целым числом и обозначается через D_T.

Размерность Хаусдорфа-Безиковича – фрактальная размерность множества в метрическом пространстве. Для простых случаев, например, в трехмерном евклидовом пространстве хаусдорфова размерность D равна 0, 1, 2 и 3 для конечного множества, гладкой кривой, гладкой поверхности и множества ненулевого объема соответственно. Для сложных, фрактальных множеств найти размерность Хаусдорфа-Безиковича можно по формуле:

$$D = \lim_{\delta \to 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \frac{1}{\delta}}, \tag{12}$$

где $N(\delta)$ – минимальное количество шаров радиуса δ, необходимых для покрытия множества. Мера данного D-мерного множества:

$$M_d = \sum \gamma(d) \cdot \delta^d = \gamma(d) \cdot N(d) \cdot \delta^d \to \begin{cases} 0, d > D \\ \infty, d < D \end{cases}. \tag{13}$$

Фрактальная размерность D – это, в физическом смысле, критическая размерность, при которой мера множества изменяет свое значение с 0 на ∞. Она характеризует то, как множество заполняет пространство и описывает структуру предмета при изменении масштаба.

Для фондового рынка временной ряд цен также является фрактальным множеством и способен изменять свой масштаб статистически во времени. При этом его фрактальная размерность позволяет определить, является ли процесс детерминистическим (описывается гладкой кривой, $D = 1$) или случайным $(D = 1.5)$. Последний подчиняется закону нормального распределения, тогда как при значениях отличных от 1.5 распределение колебаний сильно отличается от гауссовой статистики [16]. Таким образом, зная фрактальную размерность, можно не только сделать вывод о том, насколько происходящий процесс можно приблизить математической моделью, но и построить эту модель.

Проблема, с которой приходится сталкиваться при изучении нелинейных систем и, в частности, фондового рынка, заключается в том, что для создания аналитической структуры применяется параметрическая теория вероятности, т.е. заранее делаются предварительные предположения о поведении процесса. Для создания более общего случая требуется статистика, которая является непараметрической, т.е. не учитывает формы распределения вероятности. Х.Е. Херстом была предложена удовлетворяющая данному условию статистика, с помощью которой можно было выявлять случайные и неслучайные системы, обнаруживать тренды и вычислять продолжительность циклов, в течение которых тренд может повторяться. Данная методология называется методом нормированного размаха или R/S-анализа. В качестве новой статистики был предложен показатель Херста, используемый для различения фрактального временного ряда и случайного ряда [27]. Для калибровки временных изменений Херст ввел безразмерное отношение, разделив величину размаха накопленных сумм отклонений на стандартное отклонение наблюдений:

$$R/S = (a \cdot N)^H, \tag{14}$$

где R/S – нормированный размах; N – число наблюдений; a– нормирующий коэффициент; H – показатель Херста.

Херст получил данную статистику, проводя исследования разливов Нила по имевшимся за последние 800 лет данным. Также выяснилось, что большинство естественных явлений: речные стоки, осадки, температуры, солнечная активность – подчинены «смещенному случайному блужданию», т.е. тренду с шумом. Сила этого тренда может быть охарактеризована зависимостью изменения нормированного размаха от времени.

Аналогично метод Херста можно использовать при изучении временных рядов в экономике и на фондовых рынках, чтобы выяснить соответствуют ли эти ряды случайным смещенным блужданиям. Показатель Херста можно вычислить как коэффициент через простую регрессию методом наименьших квадратов, если построить линейную зависимость $\ln((R/S)_n)$ от $\ln(n)$:

$$\ln((R/S)_n) = \ln(c) + H \cdot \ln(n). \tag{15}$$

Отсюда H можно вычислить по формуле:

$$H = \frac{\ln(R/S)}{\ln\left(\frac{n}{2}\right)}, \tag{16}$$

где n – количество наблюдений.

Показатель Херста может принимать следующие значения:

1) $0.5 < H \le 1$ соответствует персистентному ряду, т.е. присутствует тренд, и если ряд возрастал в прошлом, то, вероятно, будет возрастать и в будущем. Таким образом, для ряда характерна устойчивая тенденция. Чем ближе H к 1, тем больше зависимость нормированного размаха от времени приближается к линейной, или 100% корреляции.

2) $H = 0.5$ соответствует случайному блужданию, при котором предыдущие значения уровней ряда не влияют на будущие. Функция плотности вероятности описывается кривой нормального распределения, однако, это необязательное условие. Отсюда также следует, что размах накопленных отклонений будет пропорционален квадратному корню из времени n.

3) $0 \le H < 0.5$ соответствует антиперсистентному ряду, т.е. процесс также обладает памятью, но имеет обратную тенденцию, характеризуемую «возвратом к среднему». Это означает, что если временной ряд демонстрировал подъем, то, вероятно, в будущем последует спад. При этом такой ряд изменчив и имеет высокую волатильность с частыми реверсами спад-подъем.

Коррелированность ряда, т.е. зависимость будущих значений от прошлых может быть выражена следующим соотношением:

$$c = 2^{2H-1} - 1, \tag{17}$$

где c – мера корреляции, H – показатель Херста. Отсюда хорошо видно, что при $H = 0.5$, т.е. случайном независимом процессе, мера корреляции $c = 0$.

Также между показателем Херста и фрактальной размерностью существует зависимость, выражаемая формулой:

$$D = 2 - H. \tag{18}$$

Из (18) можно понять, что фрактальная размерность временного ряда заключена между единицей, т.е. гладкой кривой, и двойкой, т.е. геометрической плоскостью. Таким образом, если $H = 0.5$, то $D = 1.5$, и обе величины характеризуют случайную систему. При $H > 0.5$ ряд будет соответствовать фрактальной размерности, более близкой к кривой линии. Чем меньше H, тем сильнее случайное блуждание и тем более зазубренной является линия. При $0 < H < 0.5$ временной ряд имеет более высокую фрактальную размерность и более прерывистую линию, чем случайное блуждание. В следующей главе будет описан алгоритм проведения R/S-анализа для оценки временного ряда.

АЛГОРИТМ R/S-АНАЛИЗА И ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЯ ХЕРСТА

R/S-анализ является простым процессом, но требует обработки большого массива статистических данных. Пусть имеется набор данных из N наблюдений значений временного ряда. На первом шаге данный ряд преобразуется в логарифмический ряд приращений по следующей формуле:

$$n_i = \ln\left(\frac{N_{i+1}}{N_i}\right), i = 1,2,3,..., N-1. \tag{19}$$

В полученном ряде будет уже N-1 значение. Далее необходимо разбить ряд на группы по k элементов $(k \geq 10)$ и вычислить среднее арифметическое значение в каждой группе:

$$M_k = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^{k} n_i, \tag{20}$$

Затем накопившиеся отклонения:

$$D_{k,n} = \sum_{j=1}^{k} (n_j - M_k), k = 1,2,3,..., i. \tag{21}$$

Величину размаха можно найти по формуле:

$$R_k = \max(D_{k,n}) - \min(D_{k,n}), k \leq n, \tag{22}$$

Стандартное отклонение:

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{k} (n_j - M_k)^2}. \tag{23}$$

После этого каждый диапазон R_k нормализуется путем деления на соответствующее значение S_k. Далее алгоритм повторяется для следующего разбиения $k_{i+1} > k_i$ до тех пор, пока $k \leq N/2$. Затем нужно построить на графике зависимости $\ln(R_k / S_k)$ от $\ln(n)$. Как видно из (15), показатель Херста есть тангенс угла наклона построенной кривой, поэтому можно оценить показатель Херста H по методу наименьших квадратов через простую регрессию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитие эконофизики как отдельного направления дает возможность использовать новые более эффективные инструменты для анализа финансовых рынков. В данном обзоре была рассмотрена лишь часть тех методов, с помощью которых можно идентифицировать тренды и строить прогностические модели. Возможность практического применения описанных инструментов обоснована большим количеством эмпирических данных, полученных учеными-экономистами в ходе многолетних исследований. Более того, численные методы фрактального анализа находят применение не только на временных рядах финансовых рынков, но и могут использоваться при изучении социальных, геологических, биологических и прочих явлений.

Список литературы

1. Евстигнеева Л.П., Евстигнеев Р.Н. Экономика как синергетическая система. – Москва, 2012.
2. Колмогоров А.Н. Журнал гидромеханики. 1962, номер 13. с. 82 – 85.
3. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику: Статистические и динамические модели. – Ижевск, 2012, с.340.
4. Тюкин И. Ю., Терехов В. А., Адаптация в нелинейных динамических системах, Санкт-Петербург: ЛКИ, 2008.
5. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики. Успехи физических наук – Достижения в физических науках, 2002, том 172, номер 9, с. 1045 – 1066.
6. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М., 1982.
7. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Физис, 1998.
8. Bachelier L. Theory of Speculation (Translation of 1900 French edn) / P.H. Cootner (Ed.) // The Random Character of Stock Market Prices, The MIT Press, Cambridge. 1964. P. 17 – 7.
9. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // J. Polit. Econ. 1973. 3. P. 637 – 659.
10. Brian Arthur, W. Inductive Reasoning and Bounded Rationality // American Economic Review (Papers and Proceedings). – 1994. – №84. – p. 406 – 411.
11. Challet D., Chessa A., Marsili M., Zhang Y-C. From minority games to real markets // Quantitative Finance. 2001. 1(1). P. 168 – 176.

12. Challet D., Zhang Y-C. On the minority game: Analytical and numerical studies // Physica A. 1998. 256. P. 514 – 532.
13. Elliott R. N. Elliott's Masterworks: the Definitive Collection, Gainesville. New Classics Library, 1994.
14. Hausdorff F. Dimesion und Ausseres Mass // Matematishe Annalen. 1919. 79. P. 157 – 179.
15. Hoffman E. Bibliography of Experimental Economics. Tucson, Department of Economics University of Arizona, 1991.
16. Lux T. The stable Paretian hypothesis and the frequency of large returns: an examination of major German stocks // Appl. Fin. Econ. 1996. 6. P. 463 – 475.
17. M. Sysi-Aho, A. Chakraborti, K. Kaski, Intelligent minority game with genetic crossover strategies, The European Physical Journal B 34 (2003) 373-377.
18. Mandelbrot B. The Pareto-Levy law and the distribution of income // International Economic Review. 1960. 1. P. 79 – 106.
19. Mandelbrot B. Van Ness. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications // SIAM Rev. 10. 1968. P. 422 – 437.
20. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman. San Francisco, 1982.
21. Mandelbrot B.B. The variation of certain speculative prices // J. Business. 1963. 36. P. 394 – 419.
22. Мантенья Р.Н., Стенли Г.Ю. Введение в эконофизику: Корреляция и сложность в финансах. – М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009.
23. Merton R. Theory of rational option pricing // Bell J. Econ. Manage. Sci. 1973. 4. P. 141 – 183.
24. Мерфи Дж. Технический анализ фьючерсных рынков. М.: Сокол, 1996.
25. Per Bak, M. Paczuski, M. Shubik, Price Variations in a Stock Market with Many Agents, Working paper 96-05-078, Santa Fe Institute Economics Research Programm, 1996.
26. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике / Пер. с англ. – М.: Интернет-трейдинг, 2004.
27. Prechter R.R., Frost A.J. ELLIOTT WAVE PRINCIPLE KEY TO MARKET BEHAVIOR. Gainesville, New Classics Library, 1978.
28. Smith A. An inruiry ircto the Nature and Causes of the Wealth of Nations. Printed for W. Strahan and T. Cadell London, 1776.

29. Smith V.L. The handbook of experimental economics // Journal of Economic Literature. 1996. 34. P. 1950 – 1952
30. Сорнетте Дидье. Как предсказывать крахи финансовых рынков. Критические события в комплексных финансовых системах. М.: Интернет-Трейдинг, 2003.
31. Wiener N. Differential-space // J. Math. Phys. Math. Inst. Technol. 1923. 2. P. 131 – 174.
32. Zhang W.-B. Theory of Complex Systems and Economic Dynamics. Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences, 2002, vol. 6, no. 2, pp. 83–101. DOI: 10.1023/A:1014054010001.