

РЕШЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ НЕЧЕТКОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ УСТУПОК

Волошин В.А., Барышевский С.О.

Мелитопольский институт государственного и муниципального управления «Классического частного университета», Мелитополь, Украина

SOLUTION OF MULTI-CRITERIA PROBLEMS OF FUZZY LINEAR PROGRAMMING BY THE METHOD OF SEQUENTIAL CONCESSIONS

Voloshyn V.A., Baryshevskiy S.O.

Melitopol institute of public and municipal administration of the “Classical private university”, Melitopol, Ukraine

В задачах четкого и нечеткого линейного программирования необходимо среди допустимых решений выбрать оптимальное по одному заранее выбранному критерию. Между тем, в реальных экономических задачах приходится искать наилучшее решение, руководствуясь несколькими различными целями. Так, в промышленном производстве важными показателями эффективности являются: рост производительности труда, прибыль, рентабельность и другое. Максимальное значение одного из показателей еще не означает, что то или иное предприятие работает лучше. Только система показателей может характеризовать эффективность всего производства [1–3].

Задачи, решаемые с учетом множества показателей или критериев, носят название многокритериальных. Если разновидность критериев выражена слабо и пользователь готов допустить снижение значений более важных критериев, чтобы добиться повышения значений менее важных критериев, то для решения многокритериальной задачи прибегают к методу уступок [1–3].

Решение задач нечеткого линейного программирования (НЛП) при нечеткой информации основывается на аппарате нечеткой математики [4], нечеткой логики [5] и нечеткой геометрии [6; 7].

В данной работе мы предлагаем рассмотрение решения многокритериальных задач НЛП методом последовательных уступок с использованием аппарата нечеткой математики и нечеткой геометрии.

Математически задача НЛП содержит нечеткую область допустимых решений, которая может иметь любую природу, и несколько нечетких целевых функций, значение которых должно максимизировать или минимизировать в данной области. Максимизация и

минимизация нечетких целевых функций легко сводится друг к другу, умножением на -1 , поэтому, не нарушая общности, можно считать, что данная задача имеет вид:

$$\begin{cases} \tilde{f}_i(x) \rightarrow \max(i = 1, 2, \dots, n), \\ x \in \tilde{D}, \\ x - ? \end{cases} \quad (1)$$

Где $\tilde{D}$ – нечеткая область допустимых решений.

В экономических задачах нечеткая область допустимых значений, обычно задается системой нечетких уравнений и неравенств [6].

Метод последовательных уступок решения нечетких многокритериальных задач применяется в том случае, когда частные критерии упорядочены в порядке убывания важности. Сформулируем алгоритм этого метода.

1. Расположить нечеткие критерии по их значимости (наиболее важный считается первым).
2. Решить задачу по первому нечеткому критерию $\tilde{Z}_1 = \tilde{Z}_1^*$, то есть отыскать экстремальное значение $\tilde{Z}_1^*$ целевой функции $\tilde{Z}_1$.
3. Сделать уступку по первому нечеткому критерию, иными словами, уменьшить величину $\tilde{Z}_1$ до значения $\tilde{Z}_1 = K_1 \tilde{Z}_1^*$ ($0 < K_1 < 1$).
4. В задачу ввести дополнительное ограничение $\tilde{Z}_1 \geq K_1 \tilde{Z}_1^*$.
5. Решить задачу по второму критерию $\tilde{Z}_2 = \tilde{Z}_2^*$.
6. Обратится к пункту 3, сделать уступку для второго критерия $\tilde{Z}_2 = K_2 \tilde{Z}_2^*$ ($0 < K_2 < 1$).
7. Ввести в задачу дополнительное ограничение $\tilde{Z}_2 \geq K_2 \tilde{Z}_2^*$.
8. Новую задачу, уже с двумя нечеткими ограничениями, решить по третьему критерию и т.д.
9. Процесс итерации заканчивается, когда решение будет получено ко всем критериям.

Проведем геометрическую интерпретацию этого метода. Нечеткие прямые и отрезки будем изображать их модальными значениями (ядрами), а нечеткость (размытость) нечетких прямых и отрезков будем изображать крайними значениями их коэффициентов концентрации.

Пример. Решить задачу по двум критериям, считая первый наиболее предпочтительным. Его отклонение от максимального составляет не более 25%.

$$z_{1max} = x_1 + 2x_2; \quad z_{2min} = x_1 + x_2;$$

$$x_1 + 2x_2 \geq \tilde{6};$$

$$x_1 \leq \hat{4}; \quad x_2 \leq \tilde{5};$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0.$$

Где $\tilde{b}, \tilde{4}, \tilde{5}$ – нечеткие гауссовы числа, со следующими функциями принадлежности соответственно:

$$\mu(\tilde{6}) = \exp\left\{-\frac{(x-6)^2}{1^2}\right\}, \quad \mu(\tilde{4}) = \exp\left\{-\frac{(x-4)^2}{0,5^2}\right\}, \quad \mu(\tilde{5}) = \exp\left\{-\frac{(x-5)^2}{1^2}\right\}.$$

Решение. Используя первый критерий, находим нечеткую область допустимых решений $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$. Максимальное нечеткое значение целевой функции достигается в нечеткой точке $\tilde{C}(4, 5)$, представленной на графике (рис. 1).

Делаем уступку на 25% $f_1 = 0,75 \cdot \widetilde{14} = \widetilde{10,5}$; получаем дополнительное ограничение $x_1 + 2x_2 > \widetilde{10,5}$ (на рис. 1 – нечеткая прямая IV). Здесь $\widetilde{10,5}$ – нечеткое гауссово число с функцией принадлежности

$$\mu(\widetilde{10,5}) = \exp\left\{-\frac{(x-10,5)^2}{(1,5)^2}\right\}.$$

С учетом дополнительного ограничения нечеткой областью решения является нечеткий треугольник $\tilde{E}\tilde{C}\tilde{K}$. Минимальное значение целевой функции Z_2 достигается в нечеткой точке $\tilde{E}(\widetilde{0,5}; \tilde{5})$.

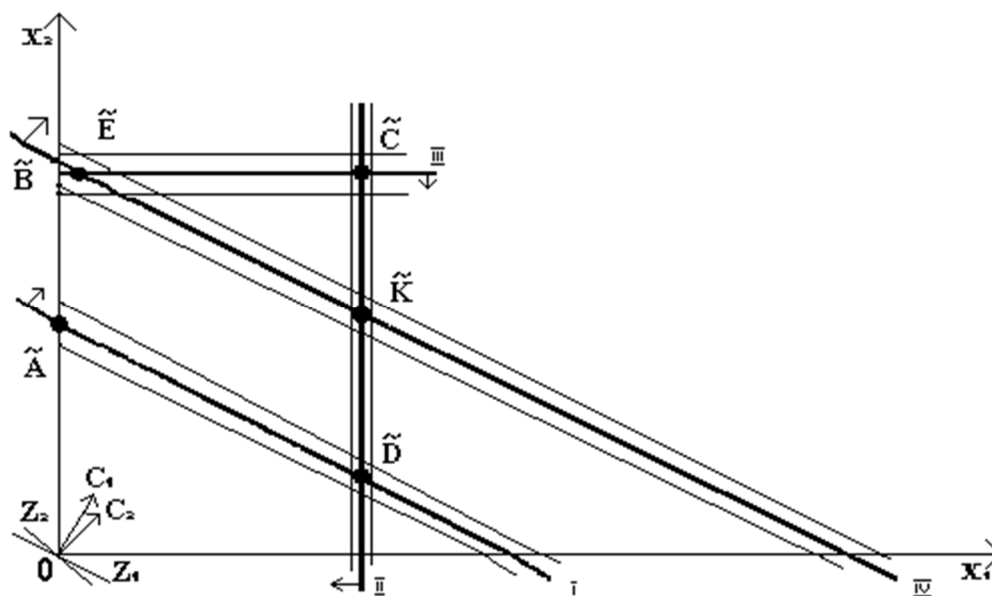


Рис. 1. Графическое решение нечеткой многокритериальной задачи.

Таким образом, план в нечеткой точке $\tilde{E}(\widetilde{0,5}; \tilde{5})$ будет наиболее эффективным при данных условиях: $x = (\widetilde{0,5}, \tilde{5})$; $z_{1max} = \widetilde{10,5}$; $z_{2min} = \tilde{5,5}$;

Где $(\widetilde{0,5}; \widetilde{10,5}; \widetilde{5,5})$ – нечеткие гауссовы числа с соответствующими функциями принадлежности:

$$\mu(\widetilde{0,5}) = \exp\left\{-\frac{(x-0,5)^2}{2^2}\right\}, \mu(\widetilde{10,5}) = \exp\left\{-\frac{(x-10,5)^2}{(1,5)^2}\right\}, \mu(\widetilde{5,5}) = \exp\left\{-\frac{(x-5,5)^2}{(2,24)^2}\right\}.$$

Выводы. В данной работе проведено рассмотрение решения задач многокритериального нечеткого линейного программирования методом последовательных уступок и проведена геометрическая интерпретация этого метода с использованием нечеткой математики и нечеткой геометрии.

Список литературы.

1. Математические методы и модели исследования операций: учебник для студентов вузов / Под ред. В.А. Колемаева. – М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2008. – 592 с.
2. Дрогобыцкий И.Н. Системный анализ в экономике: учеб. пособие / И.Н. Дрогобыцкий. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА. – М. 2009. – 512 с.: ил.
3. Бережная Б.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 432 с.: ил.
4. Раскин Л.Г., Серая О.В. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения. – Х.: Парус, 2008. – 352 с.
5. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики / Пер. с англ.: Под ред. Авернина А.Н. – М.: ФИЗМАЛИТ, 2006. – 352 с.
6. Баришевський С.О., Никифорова Л.Є., Караєв О.Г. Аксиоматичні основи евклідової нечіткої планіметрії // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2014. – Вип. 3(50). – с. 559–561.
7. Халилова С.Р., Барышевский С.О. Графоаналитические методы решения задач нечеткого линейного программирования // Научная дискуссия: инновации в современном мире: сб. ст. по материалам LIX междунар. науч. – практ. конф. – №15(58). – М.: Изд. “Интернаука”, 2016. – с. 7–13.