РЕШЕНИЕ НЕКООПЕРАТИВНЫХ ИГР В ИНСТИТУЦИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКЕ.

Вершков И.В., Переклицкая А.М., Барышевский С.О.
Мелитопольский институт государственного и муниципального управления «Классического приватного университета», Мелитополь, Украина

DECISION OF NON-OPERATIVE GAMES IN THE INSTITUTIONAL ECONOMY.

Vershcov I. V., Pereclickaya A.M., Baryshevskyi S.O.
Melitopol institute of public and municipal administration of the “Classical private university”, Melitopol, Ukraine

Предметом институционализма является анализ взаимодействия индивида и структур, его обеспечивающих, и математический аппарат, традиционно используемый (например, дифференциальное исчисление), вряд ли приемлем в качестве базового метода в анализе взаимодействий. Главным образом потому, что использование этого аппарата обосновывается рядом утверждений из «жесткого ядра» неоклассики, с которыми соглашаются далеко не все институционалисты: полной рациональностью индивидов, существованием, единственностью и Пареттооптимальностью равновесия, экзогенным характером предпочтений, описываемых ординалистской теорией предельной полезности. Учитывая это, формальные модели в институциональной экономике можно строить с помощью теории игр, теории графов, а также на основе методов нечеткой математики и нечеткой логики [1–4].

Сторонники игрового подхода к исследованию институтов рассматривают институт как правила некой игры, которую один участник взаимоотношений ведет с другими участниками [3].

Другими словами, игра – это упрощенная модель конфликта. В отличии от конфликта игра ведется по четким правилам. При анализе взаимодействий между субъектами, обычно рассматривают игру с двумя участниками. Классической задачей теории игр такого типа является “дилемма заключенных”, которая частично используется в экономике соглашений [1;4].

Простейшим примером конфликтной ситуации является игра с нулевой суммой или антагонистическая игра, в которой выигрыш одной стороны конфликта в точности совпадает с проигрышем другой. В случае, когда интересы игроков не противоположны, возможны различные варианты в зависимости от того, кооперируются ли игроки (кооперативные игры) или действуют каждый сам по себе (некооперативные игры) [5].

В данной работе мы предлагаем рассмотрение решения некооперативных игр 2× 2 на примере анализа игры “дилемма заключенных” в некооперативном варианте.

В институциональной экономике гораздо чаще встречается ситуация, когда интересы игроков А и В не являются противоположными ($B \neq A$). В этом случае у каждого игрока будет своя платежная матрица. Поэтому игра называется биматричной [4–5].

Мы ограничимся биматричными играми 2× 2, то есть у каждого игрока всего две стратегии: A_1, A_2 и B_1, B_2 соответственно.

Матрицы выигрышей игроков таковы:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad B - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}.$$

Смешанные стратегии игроков A_1, A_2 (B_1, B_2) представим в виде $p = (p, 1-p)$ и $q = (q, 1-q)$, где $p \in [0,1]$, $q \in [0,1]$ – вероятности. При этом средний выигрыш (математическое описание) игрока А равен:

$$H_A(p,q) = a_{11}pq + a_{12}p(1-q) + a_{21}q(1-p) + a_{22}(1-p)(1-q).$$

Средний выигрыш игрока В равен:

$$H_B(p,q) = b_{11}pq + b_{12}p(1-q) + b_{21}q(1-p) + b_{22}(1-p)(1-q)..$$

Пара чисел (p_0, q_0) определяет равновесную ситуацию, если $H_A(p,q_0) \leq H_A(p_0,q_0)$, $H_B(p_0,q) \leq H_B(p_0,q_0)$ для всех $0 \leq p,q \leq 1$, то есть отклонение от оптимальной стратегии оного из игроков при условии, что другой игрок придерживается своей оптимальной стратегии, уменьшает средний выигрыш отклонившегося игрока.

В данном случае применима теорема Нэша. Любая биматричная игра имеет хотя бы одну равновесную ситуацию (точку равновесия) в смешанных стратегиях [5].

Покажем, как найти равновесие ситуации. По матрице А находим числа $C = a_{11} + a_{22} - (a_{21} + a_{12})$, $\alpha = a_{22} - a_{12}$ и решаем систему неравенств:

$$\begin{cases} (p-1)(Cq-\alpha) \geq 0, \\ \quad p(Cq-\alpha) \geq 0. \end{cases}$$

По матрице В находим числа $D = b_{11} + b_{22} - (b_{21} + b_{12})$, $\beta = b_{22} - b_{12}$ и решаем систему неравенств:

$$\begin{cases} (q-1)(Dp-\beta) \geq 0, \\ \quad q(Dp-\beta) \geq 0. \end{cases}$$

Изобразим обе полученные кривые в координатах (p, q). Точки пересечения этих кривых, лежащие в квадранте $0 \leq p,q \leq 1$, и определяют равновесные ситуации. Для каждой равновесной ситуации находим средние выигрыши $H_A(p,q)$ и $H_B(p,q)$ [5, с.115].

Пример. Решим 2× 2 биматричную игру “дилемма заключенных” в некооперативном варианте.

Двое преступников (первый и второй игроки), подозреваемые в совместном совершении тяжкого преступления, находятся изолированно друг от друга в предварительном заключении. Прямые улики у следствия отсутствуют, поэтому успех обвинения зависит от того, признаются ли заключенные. У каждого из заключенных есть две стратегии: признаться (первая стратегия) или не признаваться (вторая стратегия). Если оба преступника признаются, то они будут признаны виновными и приговорены к восьми годам заключения. Если ни один из них не признается, то по обвинению в основном преступлении они будут оправданы, но суд все-таки признает их вину в менее значительном преступлении (например, в ношении оружия), в результате чего оба будут приговорены к одному году заключения. Если же признается только один из них, то признавшийся будет освобожден (за помощь следствию), а другой преступник – приговорен к максимальному сроку заключения, равному десяти годам [4, с.452].

Решение. Матрицы выигрышей игроков таковы:

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ -10 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -8 & -10 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$C = -8 - 1 - (-10 + 0) = 1, \qquad \alpha = -1 - 0 = -1.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} (p-1)(q+1) \geq 0, \\ p(q+1) \geq 0. \end{cases}$$

Случай 1: $p = 1$, тогда $q \geq 1$; Случай 2: $p = 0$, тогда $q = \emptyset$; Случай 3:

$0 < p < 1$, тогда $0 < q <$

.

Наглядно это решение представлено на рисунке (1.а).

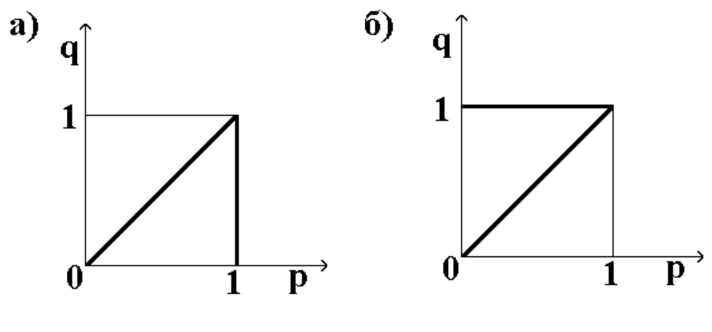

Рис. 1. Кривые в координатах (p, q): а) – для игрока А; б) – для игрока В.

$$D = -8 - 1 - (0 - 10) = 1, \qquad \beta = -1 - 0 = -1.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} (q-1)(p+1) \geq 0, \\ q(p+1) \geq 0. \end{cases}$$

Случай 1: $q - 1$, тогда $p \geq 1$; Случай 2: $q - 0$, тогда $p - \emptyset$; Случай 3:

$0 < q < 1$, тогда $0 < p <$

.

Наглядно это решение представлено на рисунке (1.б).

Совместим оба графика для того, чтобы получить равновесие всей задачи (рисунок 2).

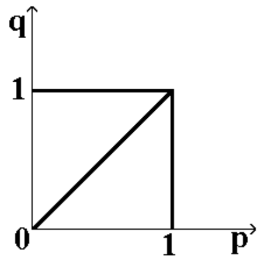

Рис. 2. График равновесия всей задачи.

Получилась одна точка пересечения: $p = 1, q = 1,$ то есть одна равновесная ситуация. Отметим, что $1 - p = 0$ и $1 - q = 0$.

Средний выигрыш игрока А равен: $H_A(1{,}1) = -8 \cdot 1 \cdot 1 + 0 + (-10) \cdot 0 + (-1) \cdot 0 = -8$, то есть оптимальная стратегия игрока А – признаться и получить восемь лет заключения.

Средний выигрыш игрока В равен: $H_B(1{,}1) = -8 \cdot 1 \cdot 1 + (-10) \cdot 0 + 0 + (-1) \cdot 0 = -8$, то есть гарантированный выигрыш игрока В равен –8 и его оптимальная стратегия $q(1{,}0)$ – признаться.

Выводы: В данной работе рассмотрен графоаналитический метод решения некооперативных 2× 2 игр. Проведен анализ классической задачи теории игр “Дилемма заключенных” в некооперативном варианте. Результаты, полученные в работе, могут быть применены для решения задач институциональной экономики.

Список литературы.

1. Олейник А.Н. Институциональная экономика: Учебное пособие. – М.: ИНФРА – М, 2007. – 416 с.

2. Прохорова О.Н., Пчелин В.Ю. Некоторые аспекты применения теории игр в институциональной экономике // Ученые записки петрозаводского государственного университета. Экономические науки. – 2015. – №1. – С. 95 – 101.

3. Захарова М.Ю. Теории игр в институциональной экономике // Научно – практический электронный журнал “Аллея Науки”. – Выпуск №6 (Февраль 2017). – С. 256 – 258.

4. Математические методы и модели исследования операций: учебник для студентов вузов. / под ред. В.А. Колемаева. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2018. – 592 с.

5. Просветов Т.И. Математические методы и модели в экономике: задачи и решения. Учебно – практическое пособие. – М.: Издательство “Альфа – Пресс”, 2008. – 348 с.