

МЕТОДЫ ЧИСЛОВОГО ПОИСКА ЭКСТРЕМУМОВ ФУНКЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Волхонский А.Н.¹

¹ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет», Самара, e-mail: avolhonskij34@gmail.com

Аннотация. В современном мире всё большее распространение находят применение технологий автоматизации. Построение автоматизированных систем требует высокой профессиональной квалификации и персонального подхода для каждого проекта. Принцип действия всякой автоматической системы заключается в том, чтобы обнаруживать отклонения регулируемых величин, характеризующих работу объекта или протекание процесса от требуемого режима и при этом воздействовать на объект или процесс так, чтобы устранять эти отклонения. Основной задачей при проектировании часто оказывается определение оптимальных параметров регулирующих устройств на объектах автоматизации. Задача поиска оптимальных параметров имеет множество вариаций решения, такие, как перебор, анализ функции, описывающей поведение объекта управления и другие. В итоге весь процесс поиска параметров зачастую сводится к нахождению экстремумов определённой аналитически функции. В данной статье будут рассмотрены методы поиска экстремумов функции, находящие своё применение при определении параметров систем автоматического управления. Наиболее простыми методами, используемыми для определения основных параметров систем автоматического управления, являются метод дихотомии и методы золотого сечения. Обладая такими свойствами, как простота и наглядность, они наиболее часто используются в реализуемых системах.

Ключевые слова: автоматизация, системы автоматического управления, метод дихотомии, золотое сечение, алгоритм поиска, экстремумы функции.

METHODS OF NUMERICAL FOR SEARCHING EXTREME FUNCTIONS FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

Volkhinskij A.N.¹

¹Samara State Technical University, Samara, e-mail: avolhonskij34@gmail.com

Annotation. In the modern world, the use of automation technologies is becoming increasingly widespread. Building automated systems requires high professional qualifications and a personal approach for each project. The principle of operation of any automatic system is to detect deviations of the controlled values that characterize the operation of the object or the flow of the process from the required mode and at the same time act on the object or process in such a way as to eliminate these deviations. The main task in designing is often to determine the optimal parameters of control devices at automation facilities. The problem of finding optimal parameters has many variations of the solution, such as iteration, analysis of the function describing the behavior of the control object, and others. As a result, the whole process of searching for parameters is often reduced to finding the extremes of a certain analytically defined function. In this article, we will consider methods for finding extremes.

Key words: automation, automatic control systems, dichotomy method, golden ratio, search algorithm, function extrema.

При проектировании САУ довольно часто решается задача определения оптимальных параметров системы. Эти задачи можно решать на основе единственного подхода, основанного на поисковой процедуре, организованной по определенному алгоритму, входящему в состав методов нелинейного программирования.

В зависимости от числа поисковых переменных различают одномерный и многомерный поиски. В качестве самостоятельной процедуры одномерный поиск применяют сравнительно редко, однако его часто используют как важный элемент многомерного поиска.

Из существующих методов одномерного поиска наиболее распространенные два метода:

1. метод дихотомии;
2. метод золотого сечения.

По указанным методам будут приведен алгоритм реализации и блок-схема, наглядно показывающая порядок и логику работы метода дихотомии. Также представлен пример решения уравнения при помощи метода дихотомии.

Метод дихотомии систем основан на поиске находящегося в интервале неопределённости, экстремума функции, одной переменной путем деления пополам интервала, на котором находится экстремум [1].

Алгоритм поиска экстремума методом дихотомии состоит из двух групп блоков:

1. Поиск интервала неопределенности;
2. Поиск экстремума на интервале неопределенности с установленной точностью.

На первой этапе вычисляется $x_0 = (a+b)/2$.

Далее определяется значение функции в этой точке:

1. если $f(x_0) < 0$, то $[a, x_0]$;
2. если наоборот, то $[x_0, b]$.

То есть происходит сужение интервала. Таким образом, в результате формируется последовательность x_i , где i - номер итерации.

Вычисления прекращаются, когда разность $b-a$ меньше требуемой погрешности.

В качестве примера использования метода половинного деления найдем корень на интервале $[0;1]$ уравнения $x^3 - 3x + 1 = 0$ с точностью в 10^{-3} .

Таблица 1-Поиск корней уравнения

n	a	b	x_n	$f(x_n)$	
0	1,0000	1,9000	1,4500	-0,3014	Решение не получено
1	1,4500	1,9000	1,6750	0,6744	Решение не получено
2	1,4500	1,6750	1,5625	0,1272	Решение не получено
3	1,4500	1,5625	1,5063	-0,1014	Решение не получено
4	1,5063	1,5625	1,5344	0,0093	Решение не получено
5	1,5063	1,5344	1,5203	-0,0470	Решение не получено
6	1,5203	1,5344	1,5273	-0,0191	Решение не получено
7	1,5273	1,5344	1,5309	-0,0050	Решение не получено
8	1,5309	1,5344	1,5326	0,0021	Решение не получено
9	1,5309	1,5326	1,5317	-0,0014	Решение не получено
10	1,5317	1,5326	1,5322	0,0004	Решение получено

Как видно из таблицы корнем является 1,5322. Количество итераций равно 10.

Интервал неопределённости выбирается таким образом, чтобы гарантированно включать в себя точку экстремума [5].

На рисунке 2 представлена блок-схема алгоритма поиска экстремума на интервале неопределенности с установленной точностью по методу дихотомии [3,4].

a, b – точки, между которых заключен интервал неточности, содержащий экстремум функции.

ϵ – установленная точность нахождения экстремума, при достижении которой поиск прекращается.

$f()$ – функция, для которой находится значение экстремума.

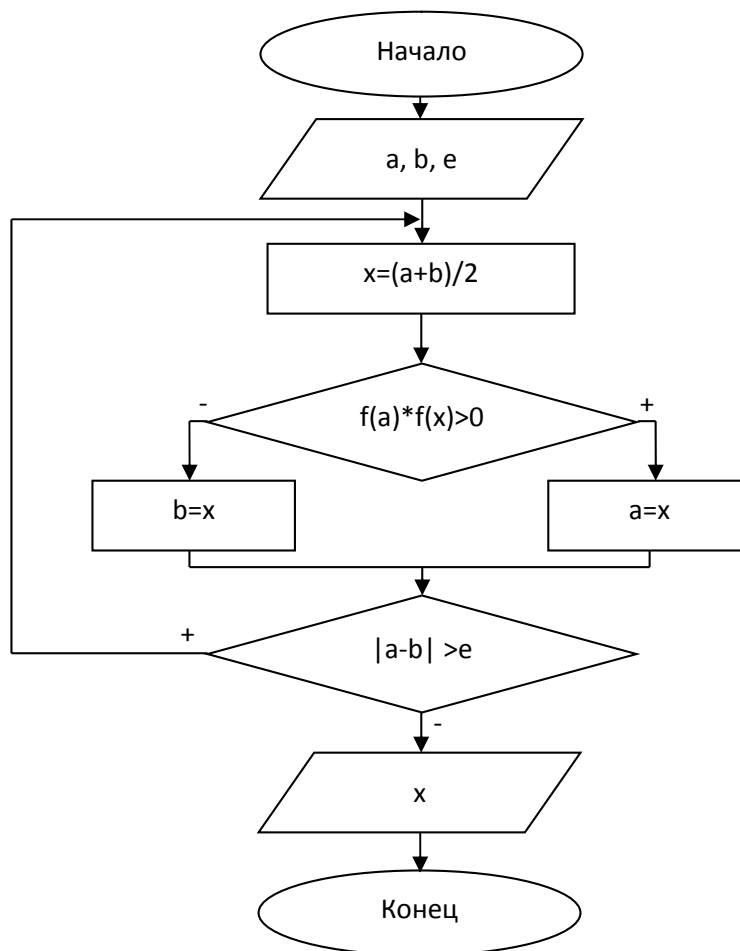


Рисунок 2 - Блок-схема алгоритма поиска экстремума по методу дихотомии

Исходя из анализа, можно сделать вывод, что метод половинного деления, не смотря на свою простоту, требует отделения корня, и для достижения высокой точности приходится вычислять функцию много раз. Однако, достижение заданной точности в этом методе гарантировано, и такой подход обеспечивает гарантированную сходимость метода независимо от сложности функции.

В методе золотого сечения каждая из точек x_1 и x_2 делит исходный интервал на две части так, что отношение целого к большей части равно отношению большей части к меньшей, т.е. равно так называемому "золотому отношению"[6].

Это соответствует геометрическому представлению на рисунке 9.

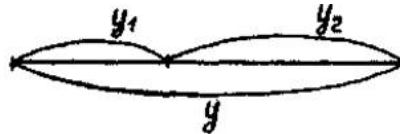


Рисунок 9 - Геометрическое представление золотого сечения

Таким образом, длина интервала неопределенности на каждом шаге сжимается с коэффициентом 0,618. На первом шаге необходимы два вычисления функции, на каждом последующем – одно[7].

Алгоритм метода золотого сечения для минимизации функции $f(x)$ складывается из следующих этапов:

1. Вычисляется значение функции $f(x_1)$, где $x_1 = a + 0,382(b-a)$.
2. Вычисляется значение функции $f(x_2)$, где $x_2 = b + 0,382(b-a)$.
3. Определяется новый интервал (a, x_2) или (x_1, b) , в котором локализован минимум.

4. Внутри полученного интервала находится новая точка, отстоящая от его конца на расстоянии, составляющем 0,382 от его длины. В этой точке рассчитывается значение $f(x)$. Затем вычисления повторяются, пока величина интервала неопределенности станет меньше или равна ϵ .

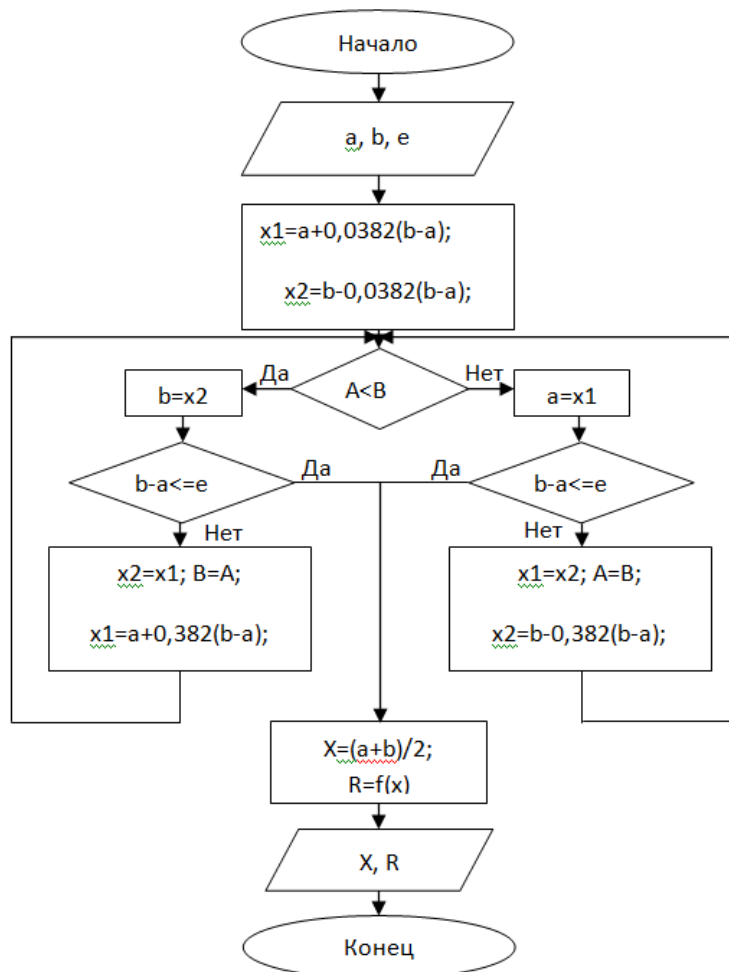


Рисунок 10 - Блок-схема алгоритма поиска экстремума по методу золотого сечения.

На рисунке 10 представлена блок-схема алгоритма поиска экстремума на интервале неопределенности с установленной точностью по методу золотого сечения.

При сравнении описанных в данной статье методов можно отметить, что каждый из рассмотренных методов имеет свои достоинства и недостатки. Метод дихотомии наиболее прост и понятен для реализации, при этом этот метод требует наибольшее количество итераций для получения результата. Метод золотого сечения в свою очередь является наиболее быстродействующим методом и требует наименьшее число итераций для поиска экстремума функции, но в свою очередь требует больших операционных затрат на каждой итерации.

Исходя из выше описанного, можно сделать вывод, что каждый метод имеет свои преимущества и недостатки и может найти применение в различных ситуациях.

Список литературы:

1. Однопараметрическая оптимизация. Метод дихотомии.[Электронный ресурс]//Интуит национальный открытый университет URL: <https://intuit.ru/studies/courses/1020/188/lecture/4929>
2. Методы дихотомии.[Электронный ресурс]//Распознавание URL: <http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%B>

[Е%D0%B4%D1%8B_%D0%B4%D0%B8%D1%85%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D0%B8](#)

3. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль [Электронный ресурс]// Научная библиотека избранных естественнонаучных изданий URL: https://scask.ru/n_book_edm.php?id=3

4. Методы решения нелинейных уравнений. Суть метода дихотомии, метода Ньютона, метода секущих, их преимущества и недостатки.[Электронный ресурс]// МойДокс.ру URL: <https://mydocx.ru/4-19566.html>

5. П.Г. Яковенко Моделирование систем.[Электронный ресурс]// Единое окно доступа к образовательным ресурсам URL: <http://window.edu.ru/resource/879/73879/files/method1.pdf>

6. Метод Фибоначчи. Метод "золотого сечения".[Электронный ресурс]// Интуит национальный открытый университет URL: <https://intuit.ru/studies/courses/1020/188/lecture/4929?page=2>

7. Метод золотого сечения.[Электронный ресурс]//Мат семестр URL: <https://math.semestr.ru/optim/golden.php>