

## ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САУ

Синельников Д.А., Барышевский С.О.

Мелитопольский государственный университет имени А.С. Макаренко

## FREQUENCY CHARACTERISTIC OF TYPICAL LINKS OF ACS

Synelnikov D.A., Baryshevskiy S.O.

MakarenkoMelitopol State University

Динамические свойства линейных типовых звеньев в САУ в целом могут быть описаны дифференциальными уравнениями и представлены и представлены графическими характеристиками [1 – 2]. Применяют два типа таких характеристик – временные (переходные) и частотные. Переходные и частотные характеристики однозначно связаны с уравнением звена и наряду с ним являются исчерпывающим описанием свойств звена (САУ).

В данной работе мы предлагаем рассмотрение частотных характеристик линейных типовых звеньев в САУ.

Частотные характеристики описывают отношения установившихся вынужденных колебаний на входе и выходе звена, вызванных гармоническим воздействием на входе [1].

Пусть на вход звена подано монохроматическое воздействие

$$x = x_m \cos \omega_0 t,$$

где  $x_m$  – амплитуда;  $\omega_0$  – угловая частота воздействия.

На выходе звена будут (по окончании переходного процесса) гармонические колебания с такой же частотой  $\omega_0$ , как и входные, но отличающиеся по амплитуде и фазе. В установившемся режиме выходной сигнал звена

$$y = y_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $y_m$  – амплитуда установившихся колебаний выхода;  $\varphi$  – фазовый сдвиг между входными и выходными колебаниями.

При  $x_m = \text{const}(t)$  амплитуда  $y_m$  и фаза  $\varphi$  установившихся колебаний на выходе звена зависят от частоты колебаний. Увеличивая от нуля до  $\omega \rightarrow \infty$  частоту колебаний и определяя установившиеся значения амплитуды и фазы выходных (для разных частот), можно получить зависимость от частоты отношения амплитуд  $A(\omega) = y_m(\omega)/x_m(\omega)$  и сдвига фаз выходных и входных установившихся колебаний  $\varphi(\omega)$ . Эти зависимости называются соответственно  $A(\omega)$  – амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) и  $\varphi(\omega)$  – фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).

Аналитические выражения для АЧХ и ФЧХ могут быть получены по передаточной функции  $W(p)$  подстановкой  $p = j\omega$ ; комплексная величина  $W(j\omega)$  представляет собой функцию  $\omega$  и называется амплитудно- фазовой частотной характеристикой АФЧХ.

АЧХ и ФЧХ, представленные в логарифмическом масштабе, называют логарифмическими частотными характеристиками (ЛАХ и АФХ). Асимптотическая ЛАХ – это идеализированная ЛАХ, состоящая из асимптот (отрезки горизонтальных наклонных прямых).

Построение частотных характеристик линейных типовых звеньев в САУ рассмотрим на примере их построения для апериодического звена 2 – порядка.

### Пример

Апериодическое звено 2-го порядка описывается передаточной функцией следующего вида:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)}$$

Значения коэффициента передачи  $K$  и постоянных времени  $T_1$  и  $T_2$  равны соответственно:  $K = 8$ ,  $T_1 = 0,01\text{с}$ ,  $T_2 = 0,1\text{с}$ .

Построить амплитудно-фазовую (АФХ) (комплексно-частотную (КЧХ)), амплитудно-частотную (АЧХ), фазочастотную (ФЧХ) и асимптотическую логарифмическую амплитудно-частотную (ЛАЧХ) характеристики звена.

**Решение.** Построим частотную характеристику апериодического звена 2-го порядка с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{8}{(0,01p + 1)(0,1p + 1)}$$

Амплитудно-фазовой (АФХ) (комплексно-частотной (КЧХ)) характеристикой называют геометрическое место концов вектора  $W(j\omega)$  при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$ .

$$W(j\omega) = \frac{8}{(0,01j\omega + 1)(0,1j\omega + 1)} =$$

$$= \frac{8}{\sqrt{1 + 0,0001\omega^2}\sqrt{1 + 0,01\omega^2}} - \text{arctg } 0,01\omega - \text{arctg } 0,1\omega$$

Здесь зависимость модуля  $A(\omega)$  функции  $W(j\omega)$  от частоты

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{1 + 0,0001\omega^2}\sqrt{1 + 0,01\omega^2}}$$

является амплитудно-частотной характеристикой, а зависимость фазы  $\varphi(\omega)$  функции  $W(j\omega)$  от частоты

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg } 0,01\omega - \text{arctg } 0,1\omega$$

является фазо-частотной характеристикой (ФЧХ).

Данные расчета сведены в табл. 1.

Таблица 1. Расчетные данные звена

$\omega, \text{с}^{-1}$	0	5	10	50	100	$\infty$
$A(\omega)$	8	7,14	5,63	1,4	0,8	0
$\varphi(\omega)$	0	$-28,43^\circ$	$-50,71^\circ$	$-105,26^\circ$	$-129,29^\circ$	$-180^\circ$

По данным табл. 1 строим АФХ (рис. 1), АЧХ (рис. 2), ФЧХ (рис. 3).

Асимптотическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) (рис. 4) соответствует выражению

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg \frac{8}{\sqrt{1 + 0,0001\omega^2}\sqrt{1 + 0,01\omega^2}} \quad (1)$$

По оси абсциссе отложим логарифм частоты  $\omega$  в декадах (и сама частота  $\omega, \text{с}^{-1}$ ), по оси ординат –  $L(\omega)$  в децибелах.

Вначале проводим вспомогательные вертикальные линии через сопрягающие частоты

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,1c} = 10c^{-1} \text{ и } \omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,01c} = 100c^{-1}.$$

Левее первой сопрягающей частоты ( $\omega_2 = 10c^{-1}$ ), выражение (1) заменяется приближенным

$$L(\omega) = 20 \lg 8,$$

которому соответствует прямая с нулевым наклоном (первая асимптота ЛАЧХ). Для частот  $10c^{-1} < \omega < 100c^{-1}$  выражение (1) заменяется приближенным

$$L(\omega) = 20 \lg 8/0,1\omega,$$

которому соответствует прямая с отрицательным наклоном  $-20\text{дБ/дек}$  (вторая асимптота).

Для частот  $\omega > 100c^{-1}$  выражение (1) заменяется приближенным

$$L(\omega) = 20 \lg 8/0,1 * 0,01\omega^2,$$

которому соответствует прямая с отрицательным наклоном  $-40\text{дБ/дек}$  (третья асимптота).

Данная ЛАЧХ показана на рис. 4.

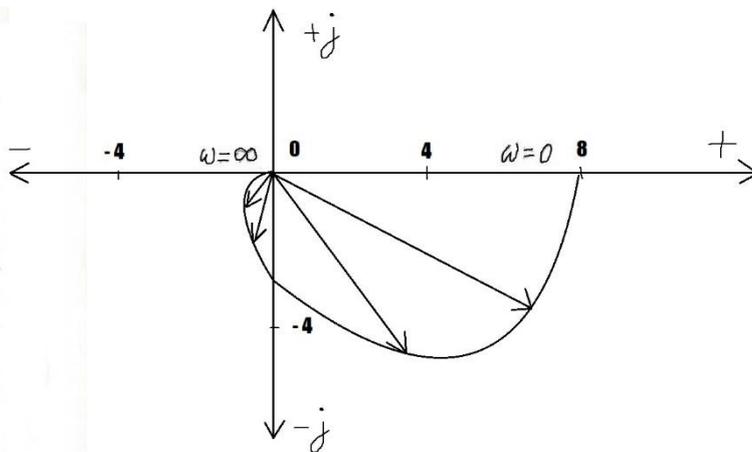


Рис. 1. АФХ

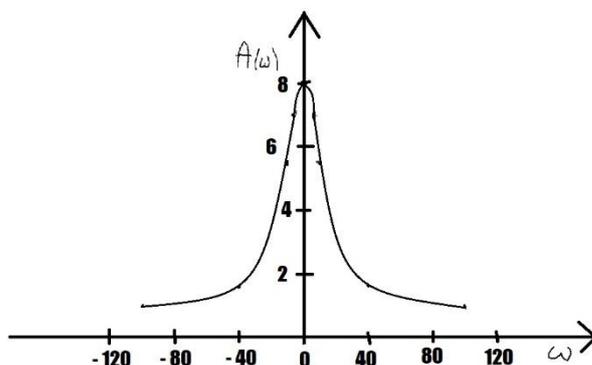


Рис. 2. АЧХ

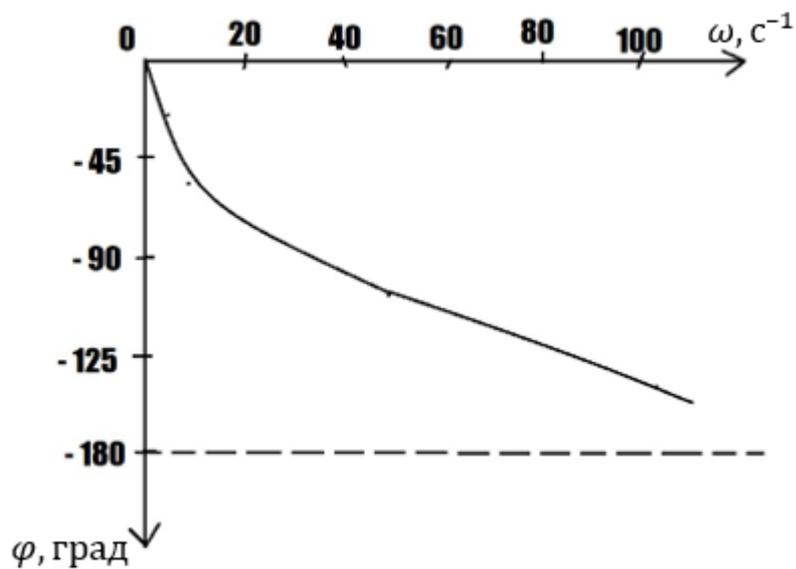


Рис. 3. ФЧХ

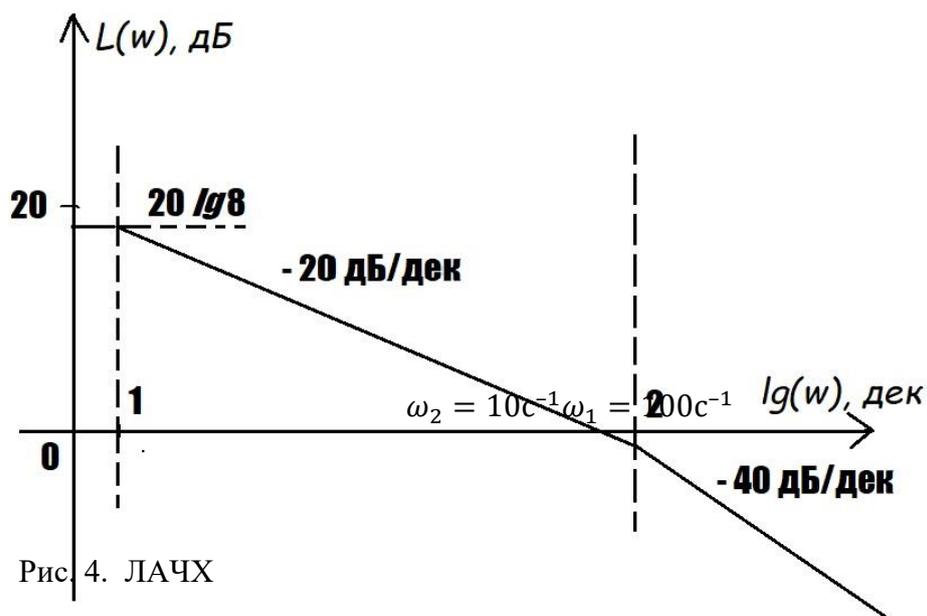


Рис. 4. ЛАЧХ

### Выводы.

В данной работе рассмотрены основные частотные характеристики САУ и их типовых звеньев. Приведен пример вычисления и изображения частотных характеристик апериодического звена 2 – порядка.

### Список литературы

1. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления: Учебное пособие. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 500 с: ил.
2. Щербаков В.С. Теория автоматического управления. Линейные непрерывные системы: учебное пособие. – Омск: СибАДИ, 2013.- 142 с.
3. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов.- 3 – е изд., стереотип. – СПб.: Политехника, 2008. – 302 с.: ил.