ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР

Коротыш Д.В.
Мелитопольский государственный университет имени А.С. Макаренко, Мелитополь, Россия

ELEMENTS OF THE THEORY OF ANTAGONISTIC GAMES

Korotysh D.V.
Makarenko melitopol state university, Melitopol, Russia

В практике довольно часто встречаются конфликтные ситуации. Игра – это упрощенная модель конфликта.

Простейшим примером конфликтной ситуации является игра с нулевой суммой, или антагонистическая игра, в которой выигрыш однойстороны конфликта в точности совпадает с проигрышем другой [1, 431].

В случае, когда интересы игроков не противоположны, возможны различные варианты в зависимости от того кооперируются ли игроки или действуют каждый сам по себе [1 – 3].

Парной игрой называется та игра в которойпринимают участие два игрока A и B. Множественной называется игра количество игроков в которой больше двух. Антагонистической игрой называется ситуация в парной игре, в которой игроки преследуют противоположные цели. В подобной игре один из игроков является победителем ровно столько раз, сколько другой является проигравшим. Поэтому функции выигрышей $F_A: S_A \times S_B \to R$ и $F_B: S_B \times S_A \to R$ соответственно игроков A и B связаны между собой следующим соотношением:

$$F_{\text{B}}(B_j; \text{A}_i) = -F_A(\text{A}_i; B_j),\ i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n. \quad (1)$$

Из равенства 2.1 следует, что $F_{\text{B}}(B_j; \text{A}_i) + F_A(\text{A}_i; B_j) = 0,\ i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n$ и потому антагонистические игры называют также играми двух сторон с нулевой суммой выигрыша [4, с.73].

Возьмем антагонистическую игру с игроками A и B, которая является конечной. Тогда можно строки некоторой матрицы (таблицы) поставить в соответствие стратегиям A_i игрока A, а столбцы – в соответствие стратегиям B_j игрока B. Матрицей выигрышей игрока A называется такая матрица, в которойна пересечениях строк и столбцов расставлены значения $F_A(A_i; B_j) = a_{ij}$. Аналогичным образом можно составить матрицу (таблицу) В выигрышей игрока Bиз значений $F_B(B_j; A_i) = b_{ij}$ функции выигрыша F_B игрока В.

В силу равенства (2.1), $B = -A^T$ (то есть матрица В являет собой противоположную транспонированную матрицу А). Следовательно, что матрица В определяется матрицей А, а в свою очередь конечная антагонистическая игра характеризуется только одной матрицей выигрышей (платежной матрицей), которая называется матричной.

Таким образом совокупность $\{S_A, S_B, A\}$ полностью определяет матричную игру. Данная совокупность состоит из множества S_A стратегий игрока A, множества стратегий игрока B и матрицы А выигрышей игрока A.

Итак, при выборе первым игроком своейi-ой стратегии, а вторым игроком – своейj-ой стратегии, результатом данного совместного выбора игроков будет платеж a_{ij}соответственно второго игрока первому (который может быть не только денежной суммой, но и любой оценкой полезности результата выбора любым из игроков своих стратегийi и j). Исходя из этого, данная конечная игра с нулевой суммой однозначного определяется матрицей вида:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} \ldots & a_{nm} \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Данная матрица, в свою очередь, имеет название платежной матрицы (или матрицы выигрышей). В ней стратегиям первого игрока соответствуют строки этой матрицы, а стратегиям нашего второго игрока– столбцы этой же матрицы[1, с.432].

При решении практических задач по нахождению матрицы игры, рассматривают матрицу А игры (2x2). В матрице данного вида, как уже было сказано ранее, ходы игрока A расположены по строкам, а ходы игрока Bрасположены по столбцам. В самой матрице записаны выигрыши игрока A при соответствующих ходах игроков *A, B* (где проигрышем будет являться отрицательный выигрыш).

Пример 2.1. [5, с.104].

A и *B* играют в следующую игру. Игрок *A* записывает одно из чисел 1, 2, 3, а игрок *B* записывает одно из чисел 1,2. Если сумма написанных чисел будет четным числом, то это выигрыш игрока *A*. Если сумма написанных чисел будет нечетным числом, то это проигрыш игрока *A*. Найти матрицу игры.

Решение. Имеем $\mathrm{A}_1 = 1,\ \mathrm{A}_2 = 2,\ \mathrm{A}_3 = 3,\ B_1 = 1,\ B_2 = 2$. Если *A* и *B*напишут по 1, то сумма 1+1=2 – это выигрыш игрока *A*. Если *A* и *B* напишут 1 и 2 соответственно, то 1+2=3 – это проигрыш игрока *A*, то есть его выигрыш равен -3. И так далее. Получаем матрицу игры:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Выводы

В данной работе рассмотрены основные понятия матричных антагонистических игр. Приведен пример нахождения платежной матрицы игры.

Список использованной литературы

1. Математические методы и модели исследования операций: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 “Математические методы в экономике” и другим экономическим специальностям / под. ред. В. А. Колемаева. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 592 с.
2. Вершков И.В., Мурадари А.В., Барышевский С.О. Графоаналитический метод решения кооперативных игр в институциональной экономике // Международный студенческий научный вестник. – 2020. - №3. - с. 163-163.
3. Вершков И.В., Переклицкая А.М., Барышевский С.О. Решение некооперативных игр в институциональной экономике // Международный студенческий научный вестник. – 2020. - №3. – с. 164 - 164.

4. Абланская Л.В. Экономико-математическое моделирование: учебник / под. общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого. – 2-е изд., стереотип. – М.: Издательство «Экзамен», 2006. – 798 с.
5. . ИПросветов Г. Математические методы и модели в экономике: задачи и решения: Учебно-практическое пособие. – М.: Издательство “Альфа-Пресс”, 2008. – 344 с.