

УДК 51-7

Нечеткие матрицы

Якомаскина Т. А., Колесник О. В., Барышевский С. О.

Мелитопольский Государственный Университет им. А. С. Макаренко, Мелитополь, Россия

Тема нечеткие матрицы достаточно актуальна, поскольку с помощью таких структур можно проводить точное моделирование процессов и систем с нечеткими данными, чьи системы потом используются в областях разработок науки и техники, а также исследованиях. Нечеткие матрицы используют при машинном обучении, которое простыми словами зовется - искусственным интеллектом, в "памяти" которого содержится много библиотек с теми или иными инструкциями. Однако невозможно предвидеть любую жизненную ситуацию, поэтому существуют алгоритмы, которые помогают принимать решение в зависимости от текущих обстоятельств или предоставлять решение задачи с определенными условиями. Допустим, в бизнес-аналитике нечеткие матрицы помогают рассчитать риски вложений или трат, а также сделать прогноз на будущие тенденции. Поэтому использование нечетких матриц является востребованной темой, открывающей широкие возможности для применения в различных областях.

Ключевые слова: нечеткие матрицы, нечеткая логика.

Fuzzy matrices

Yakomaskina T. A., Kolesnik O. V., Baryshevsky S. O.

Makarenko Melitopol State University, Melitopol, Russia

The topic of fuzzy matrices is quite relevant, because with the help of such structures, it is possible to conduct accurate modeling of processes and systems with fuzzy data, whose systems are then used in the fields of science and technology development, as well as research. Fuzzy matrices are used in machine learning, which in simple words is called artificial intelligence, whose "memory" contains many libraries with various instructions. However, it is impossible to foresee any life situation, so there are algorithms that help to make a decision depending on current circumstances or provide a solution to a problem with certain conditions. For example, in business analytics, fuzzy matrices help to calculate the risks of investments or expenses, as well as to make a forecast for future trends. Therefore, the use of fuzzy matrices is a popular topic that opens up wide opportunities for application in various fields.

Keywords: fuzzy matrices, fuzzy logic.

Матрицы: что это и зачем их используют в науке и технике?

Матрица - это таблица из чисел, которая несет в себе какие-либо данные (строки, например, по одной характеристике, а столбцы - по определенному объекту).

Матрицы используют в линейной алгебре для решения систем уравнений, а также в компьютерной графике при обработке изображений, чтобы преобразовывать картинку и удалять с неё шум. К слову, их широко применяют в статистике для анализа данных и классификации объектов (матрицы ошибок - для оценки точности классификации, а корреляционные матрицы - для изучения степени связи между различными свойствами). А участие матриц в электротехнике: анализ электрических цепей, передачу и обработку сигналов телекоммуникаций, без чего современная жизнь не может существовать.

Примеры "нечетких" понятий в человеческой жизни, нечеткие множества и отношения.

Концепция нечеткости говорит, что иногда встречаются величины, которые могут принадлежать множеству только частично, то есть не точно определены, а значит являются размытыми. Также и понятия "сильный", "широкий" или "дорогой" имеют разное значение в зависимости от условий.

Нечеткие множества используют для интерпретации подобных отношений, а уже в них существуют переменные принимающие значения от 0 до 1, в то время как в обычных матрицах существует только 1 и 0, "правда" или "ложь". К примеру множество "высокие люди" может иметь разный диапазон, в зависимости от страны или национальности. Нечеткие множества используют для описания отношений на подобии "очень похож на что-то", "не очень хорошо для чего-то" и т.д., поэтому переменные множества "очень похож на что-то" могут иметь значения от 0 до 1, в зависимости от степени сходства между образцом и условием.

Нечеткость предполагает, что наш мир является неопределенным, а наоборот - размытым и требует введения нечетких множеств и отношений, чтобы его описать.

Нечеткие матрицы: что такое и как отличаются от обычных матриц?

Нечеткие матрицы - это расширение обычных матриц для обработки нечеткой информации, в отличие от обычных матриц, где каждый элемент имеет определенное значение ("истинно" или "ложно"), в нечеткой матрице каждый элемент принимает значение, характеризующее степень его принадлежности к определенному множеству (от 0% до 100%).

Стандартные операции, при работе с обычными матрицами не всегда могут подходить для нечетких. То же умножение (конъюнкция или же пересечение, если речь идет о множествах) может привести к некорректному результату и поэтому существуют специальные методы.

Допустим, у нас есть две нечеткие матрицы A и B размером 3 на 3, заданные следующим образом:

Выполним обычное умножение нечетких матриц A и B:

$$\begin{array}{ccc}
 \left| \begin{array}{ccc} 0.2 & 0.4 & 0.7 \\ 0.5 & 0.9 & 0.1 \\ 0.8 & 0.3 & 0.6 \end{array} \right| &
 \left| \begin{array}{ccc} 0.1 & 0.6 & 0.8 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.7 & 0.4 & 0.9 \end{array} \right| &
 \left| \begin{array}{ccc} 0.02 & 0.24 & 0.56 \\ 0.10 & 0.36 & 0.22 \\ 0.56 & 0.28 & 0.54 \end{array} \right| \\
 \text{матрица A} & \text{матрица B} & \text{матрица C}
 \end{array}$$

В полученной матрице C значения получились слишком маленькими по сравнению с исходными матрицами. Это связано с тем, что при умножении A и B происходит сильное размытие исходных данных. Способом исправления является более точный метода умножения. Он основан на том, что в результате будет выбран минимальный из двух элементов матриц A и B. Другими словами, если a_{ij} и b_{ij} (i и j - индексы позиции элемента в матрице) являются нечеткими элементами, то результат будет равен $\min(a_{ij}, b_{ij})$.

Умножим снова наши матрицы A и B. Для каждого элемента c_{ij} матрицы C необходимо найти минимальное значение, которое может быть получено путем взятия

минимума из элементов a_{ij} и b_{ij} :

$$c_{11} = \min(0.2, 0.1) = 0.1$$

$$c_{12} = \min(0.4, 0.6) = 0.4$$

$$c_{13} = \min(0.7, 0.8) = 0.7$$

$$c_{21} = \min(0.5, 0.2) = 0.2$$

$$c_{22} = \min(0.9, 0.3) = 0.3$$

$$c_{23} = \min(0.1, 0.5) = 0.1$$

$$c_{31} = \min(0.8, 0.7) = 0.7$$

$$c_{32} = \min(0.3, 0.4) = 0.3$$

$$c_{33} = \min(0.6, 0.9) = 0.6$$

$$\begin{vmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.7 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.6 \end{vmatrix}$$

матрица С

В результате получилась нечеткая матрица, которая является результатом умножения матриц А и В.

Неопределенность и нечеткость в данных: классификация объектов, кластеризация, распознавание образов, моделирование нечетких правил, прогнозирование временных рядов.

При классификации объектов не всегда можно определить, к какому классу они относятся, тогда нечеткие матрицы помогают представить неопределенность в виде чисел, отражающих степень принадлежности объекта к каждому из классов, а вот нечеткие матрицы фигурируют в кластеризации данных, то есть разбиения множества объектов на группы по схожести.

Ещё такие матрицы используют для прогнозирования временных рядов - оценка взаимосвязи между различными переменными и предсказание возможных тенденций.

Различные методы и подходы работы с нечеткими матрицами.

Теория нечетких множеств: элементы нечеткой матрицы представляют нечеткие множества, которые описывают степень принадлежности элементов к определенным классам. Один из самых простых и интуитивно понятных методов, но неэффективен при работе с большими объемами данных.

Алгебра нечетких чисел: арифметические операции (сложение, умножение и деление, усиление и ослабление) выполняют над нечеткими матрицами в задачах прогнозирования и моделирования, но этот метод требует более сложных вычислений и поэтому его трудно использовать в объемных проектах.

Нечеткая логика: логические операции (конъюнкция, дизъюнкция, отрицание и др.) над нечеткими матрицами и решение задач классификации и распознавания образов.

Кроме перечисленных, существует множество других подходов к работе с нечеткими матрицами: алгоритмы генетического программирования и машинного обучения.

Польза от нечетких матриц: где они могут быть неэффективными?

Нечеткие матрицы в различных отраслях:

1. Нечеткая логика и системы управления: нечеткие матрицы используют при решении задач управления и принятия решений.
2. Медицина: анализ медицинских данных и принятие решений в диагностике и лечении заболеваний.
3. Компьютерное зрение: обработка изображений и распознавание образов.
4. Информационные технологии: анализ и обработка больших библиотек данных в машинном обучении и ИИ.
5. Инженерия: оптимизация процессов проектирования и управления производством.
6. Финансы: анализ рисков и принятие инвестиционных решений.
7. Социология и психология: анализа социальных и психологических данных, например, для изучения предпочтений и оценок людей, другими словами статистика.

Преимущества:

1. Универсальность. Использование во многих областях.
2. Устойчивость к шуму. Нечеткие матрицы могут обрабатывать данные с шумом и помехами.
3. Гибкость. Нечеткие матрицы можно легко изменить и настроить для решения различных задач.

Недостатки:

1. Сложность интерпретации. Нечеткие матрицы могут быть сложными для понимания и интерпретации.
2. Необходимость большого количества данных. Для создания нечеткой матрицы необходимо иметь большой объем библиотек для обучения.
3. Вычислительная сложность. Обработка нечетких матриц может требовать значительных вычислительных ресурсов.

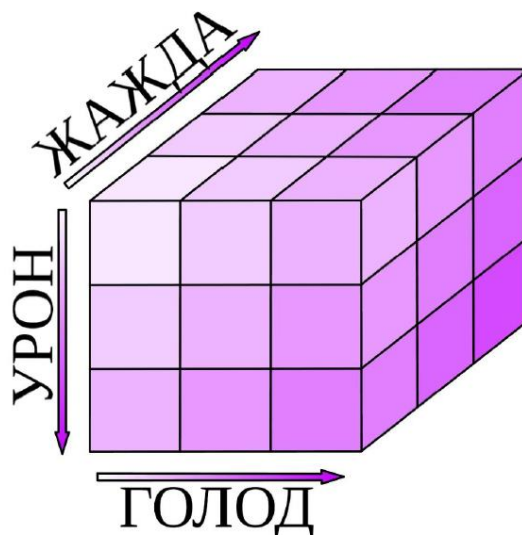
Нечеткие матрицы в игровых механиках.

В механике игр и управлении неигровыми персонажами нечеткие матрицы используют для принятия решений. Рассмотрим задачу управления боевым NPC в игре: Для того чтобы он мог принимать решения, надо иметь информацию о текущем состоянии игрового мира. NPC может видеть только часть поля или получать данные о

положении противников с погрешностью. В таком случае нечеткие матрицы используют для представления информации о состоянии игрового мира и на основе этой информации принимается решение, влияющее на поведение NPC (расстояние до противника, личный уровень здоровья и т.д.).

Вот так и определяется поведение NPC: если расстояние до противника маленькое и личный уровень здоровья высок, то NPC выбирает действие атаки, а если расстояние большое и личный уровень здоровья низкий, то NPC решает остаться незамеченным.

Мы также можем самостоятельно составить собственную матрицу в 2, 3 и более измерений. Предположим, есть персонаж, которому могут нанести различный вид урона: низкий, средний и критический; и так же характеристики, которые могут добавить определенный коэффициент к нанесенному урону: голод и жажда. Создадим нашу матрицу:



Как мы видим, чем больше жажда и голод, тем больше наносится урон.

Нечеткие матрицы эффективный инструмент для работы с нечеткостью в данных. Их используют в моделировании нечетких правил, классификации объектов, кластеризации данных, распознавания образов, прогнозирования временных рядов и др.

Использование нечетких матриц в системе теории принятия решений - хорошее преимущество, ведь именно с этими способностями открыто много новых функций, как например, моделирование человеческого мышления у ии, но это все еще будет требовать большую вычислительную мощность.

Список литературы:

1. Basic Concepts of Fuzzy Matrices / P. Priya // International Journal of Engineering and Technical Research V8(12) – January 2020.
2. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1969. 368 с.
3. Романов В. Н. Применение нечетких матриц для анализа устойчивости и адаптивности систем, Грамота, 2014. № 1 (80). С. 94-96.
4. Kirsanov2011 / Нечеткие множества (Fuzzy Sets) – April 2020.
5. DUdVstud / A.2.12+ Элементы нечеткой логики и теории нечетких множеств – Ноябрь 2019.