Особенности обучения учащихся поиску решения текстовых задач алгебраическим методом в курсе алгебры основной школы

Михалева К. И.

Ишим, Тюменская область

Аннотация: работа посвящена вопросам методики обучения учащихся общеобразовательной школы решению текстовых задач алгебраическим способом. Дано определение понятию «текстовая задача», выделены этапы ее решения, даны общие рекомендации по обучению учащихся решению текствых задач алгебраическим методом. На примере задач на проценты продемонстрированы приемы решения задачи алгебраическим методом.

Ключевые слова: текстовая задача, алгебраическая задача, решение текстовых задач, алгебраический метод, задачи на проценты.

В настоящее время особенно актуальны проблемы, связанные с проведением уроков в школе. Для оценки уровня математической компетенции и понимания учебного материала, очень важно научить ребенка решать задачи. С самых первых занятий школьники сталкиваются с задачами, и до окончания обучения математические задачи помогают им улучшить свои математические навыки и глубже понять связи между материалом и окружающим миром.

Существуют несколько определений понятия «текстовая задача». Например, Л.М. Фридман считает, что «текстовые задачи представляют собой словесные модели, в которых учащимся надо найти значения (одной или даже нескольких) неизвестной величин. Нахождение таких величин возможно потому, что оно определяется другими неизвестными и известными величинами и их взаимными соотношениями с неизвестной величиной» [3].

Г.В. Бельтюкова и М.А. Бантова под текстовой задачей имеют в виду «жизненную ситуацию, которая связана с числами и решается арифметическими действиями или счетом» [1].

В школьном курсе математики изучают различные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, практический, логический, геометрический и др. В основе каждого метода лежат различные виды математических моделей [5].

При любом методе решения, этапы решения текстовой задачи должны включать в себя:

1. Анализ условия задачи;
2. Поиск пути решения задачи и составление плана её решения;
3. Осуществление плана решения задачи;
4. Проверка решения задачи на допустимость.

Решение текстовых алгебраических задач является неотъемлемой частью математического образования в основной школе. Однако, несмотря на то, что все необходимые навыки и знания даются в курсе математики, многие учащиеся испытывают большие трудности при решении таких задач.

Это может быть связано с тем, что задачи этого типа часто содержат большое количество информации, которую нужно правильно интерпретировать и использовать для построения соответствующих алгебраических выражений. Кроме того, такие задачи могут быть построены в несколько этапов, каждый из которых может требовать специальных знаний и умений.

Для успешного решения таких задач учащийся должен иметь глубокое понимание алгебры и уметь применять ее правила для решения сложных задач. Важно, чтобы учитель обращал особое внимание на формирование этих навыков и знаний в процессе обучения.

Основные рекомендации по обучению учащихся решению текстовых алгебраических задач включают в себя:

– Разбор примерных задач на уроке, чтобы ученики могли понять, как применять знания в реальных условиях.

– Привлечение интереса учеников к алгебре через практические задания и игры.

– Использование диаграмм и схем, которые помогут увидеть связь между числами и знаками математических операций.

– Разбиение больших задач на несколько маленьких, что даёт возможность лучше понимать каждую часть задачи.

– Обучение учащихся анализу информации, которая содержится в текстовой формулировке задачи и её перевод на математический язык.

– Упражнения на построение уравнений и систем уравнений на основе содержания текстовой задачи.

Рассмотрим на примере задач на проценты методику решения текстовых задач алгебраическим методом.

Определение процентов похоже на определение дробей и на самом деле проценты тесно связаны с дробями и основаны на них. При работе с задачами на проценты необходимо понимать термины процент, база и процентная ставка. Процент величины – одна сотая часть этой величины, т.е. 1% от числа $a = \frac{1}{100} \cdot a = 0{,}01 \cdot a;$ соответственно, $p\%$ от числа a равно $\frac{p}{100} \cdot a$.

Если число a увеличено на $p\%$, то получится число $a \cdot (1 + \frac{p}{100});$ если уменьшено на $q\%$, *где* $0 \leq q \leq 100$, то получается число $a \cdot (1 - \frac{q}{100})$.

Существует несколько методов решения задач на проценты, одним из наиболее простых является использование формул для вычисления процентов. Для решения задач необходимы навыки нахождения процентов от числа и вычисления чисел по известным процентам и частям. Также важно уметь решать задачи, связанные с изменениями базы и процентной ставки, включая увеличение и уменьшение.

Еще один метод решения задач на проценты – это использование пропорций. Для этого нужно записать соотношение, согласно которому две величины связаны между собой, и решить уравнение, которое получается при перемножении крест-накрест.

Примеры задач на проценты:

1. За 2 м ткани одного сорта и 5 м другого сорта заплачено 840 рублей. Если цена первого сорта возрастет на 12,5%, а цена второго сорта на 15%, то на эту покупку придется потратить 950 рублей. Сколько стоит метр ткани каждого сорта?

2. За 1 кг чая и 3 кг сахара заплачено 156 рублей. Если бы цена чая возросла на 25%, а сахара на 10%, то на такую же покупку надо было бы истратить 189 рублей 60 копеек. Что стоит килограмм чая и килограмм сахара?

3. В учебном заведении в двух группах в начале учебного года было 45 учащихся. В середине учебного года перевели из первой группы во вторую двоих учащихся, после чего число учащихся первой группы составило 80% от числа учащихся второй группы. Сколько учащихся было в каждой группе в начале учебного года?

4. В нынешнем году число мальчиков в школе увеличилось на $\frac{1}{3}$ числа девочек, бывших в прошлом году в школе, и составило 200 человек; а число девочек увеличилось на $\frac{1}{4}$ от числа мальчиков, состоявших в прошлом году в школе, и составило 160 человек. На сколько процентов прибавилось учащихся в школе против прошлого года? Ответ округлите до целого числа.

5. На опытной станции участок пшеницы и участок овса с сорными травами дали всего 1472 кг зерна. По очистке этих участков от сорняков урожайность пшеницы повышается на 80%, а урожайность овса на 24%. После очистки с этих же участков получается 2058 кг зерна. Определить урожайность пшеницы и овса до очистки участков и после.

Продемонстрируем решение задачи №1.

За 2 м ткани одного сорта и 5 м другого сорта заплачено 840 рублей. Если цена первого сорта возрастет на 12,5%, а цена второго сорта на 15%, то на эту покупку придется потратить 950 рублей. Сколько стоит метр ткани каждого сорта?

Решение. Пусть x – стоимость одного метра ткани первого сорта, а y – стоимость одного метра ткани второго сорта. Тогда общая стоимость покупки до повышения стоимости удовлетворяет условию $2x + 5y = 840$.

После изменения цен за один метр ткани, цена одного метра ткани первого сорта в соответствии с формулой, приведенной выше, стала равной $x\left(1+\frac{12{,}5}{100}\right) = 1{,}125x$, аналогично, цена одного метра ткани второго сорта равна сейчас $y\left(1+\frac{15}{100}\right) = 1{,}15y$. Следовательно, общая стоимость покупки $1{,}125x + 1{,}15y = 950$.

Получили систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 840 \\ 1{,}125x + 1{,}15y = 950 \end{cases}$$

Решим ее методом подстановки, получим

$$y = -\frac{38200}{133} = -287{,}2, x = \frac{151360}{133} = 1138.$$

Проверка: $\begin{cases} 2 \times \frac{151360}{133} + 5 \times (-\frac{38200}{133}) = 840 \\ 1{,}125 \times \frac{151360}{133} + 1{,}15 \times (-\frac{38200}{133}) = 950 \end{cases}$

Ответ: 1138 рублей стоит 1 м ткани первого сорта; -287,2 рубля стоит 1 м ткани второго сорта.

Задача № 2. За 1 кг чая и 3 кг сахара заплачено 156 рублей. Если бы цена чая возросла на 25%, а сахара на 10%, то на такую же покупку надо было бы потратить 189 рублей 60 копеек. Сколько стоят килограмм чая и килограмм сахара?

Решение:

Пусть x - стоимость одного килограмма чая, а y стоимость – одного килограмма сахара. Тогда общая стоимость покупки до повышения цены удовлетворяет условию $x + 3y = 156$.

После изменения цен за один килограмм, цена одного килограмма чая, в соответствии с формулой, приведённой выше, стала равной: $x\left(1+\frac{25}{100}\right) =$

$1{,}25x$, аналогично, цена одного килограмма сахара стала равной: $y\left(1+\frac{10}{100}\right)=1{,}1y$. Следовательно, общая стоимость покупки $1{,}25x + 1{,}1y = 189{,}6$.

Получили систему уравнений:

$$\begin{cases} x+3y=156 \\ 1{,}25x+1{,}1y=189{,}6 \end{cases}$$

Решим систему методом подстановки, получим

$$x=\frac{7944}{53}=149\frac{47}{53}, y=$$

Проверка: $\begin{cases} \frac{7944}{53}+3\times\frac{108}{53}=156 \\ 1{,}25\times\frac{7944}{53}+1{,}1\times\frac{108}{53}=189{,}6 \end{cases}$

Ответ: $149\frac{47}{53}$ рублей стоит 1 кг чая; $2\frac{2}{53}$ рублей стоит 1 кг сахара.

Таким образом, можно сказать, что методические рекомендации по обучению учащихся решению текстовых алгебраических задач должны учитывать специфику задач данного типа и общие особенности обучения учащихся в основной школе. Важно применять разные методы решения, чтобы помочь учащимся эффективнее усвоить данную тему.

Научный руководитель – к.ф.-м.н., ст. преподаватель Павлова Т.В.

1. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах: Учебное пособие для учащихся школьных отделений пед. училищ. (спец. № 2001) – Под ред. М.А. Бантовой. – 3-е изд., испр. – М.: Просвещение, 1984. – 335 с.:
2. Кузнецова, Н.М. Методика обучения учащихся решению текстовых задач в средней школе / Н.М. Кузнецова. – Текст : электронный // NovaInfo, 2017. – № 62. – С. 331-336.
3. Прокопенко Н.И. «Задачи на смеси и сплавы» / Н. И. Прокопенко – М.: Чистые пруды, 2010.
4. Стойлова Л. П., Пышкало А. М. Основы начального курса математики: Учеб. пособие для учащихся пед. уч-щ по спец. № 2001 «Преподавание в нач. классах общеобразоват. шк.» – М.: Просвещение, 1988. – 320 с: ил.

5. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе : Учителю математики о пед. психологии / Л. М. Фридман. – Москва : Просвещение, 1983. – 160 с. : ил.